FEM y Circuitos DC

Presentación basada en el material contenido en:
R. Serway,; Physics for Scientists and Engineers,
Saunders College Publishers, 3rd edition.

Introducción

- Las baterías proporcionan un voltaje (o diferencia de potencial) con una polaridad fija, lo cual establece una *corriente directa o continua* en un circuito, es decir, una corriente para la cual la velocidad de desplazamiento de las cargas siempre es en la misma dirección.

Introducción

- En esta unidad se analizarán circuitos eléctricos simples formados por baterías, resistores (o resistencias), y condensadores (o capacitores) en diversas combinaciones.
- Es decir, se determinarán los valores de ΔV e I, así como de otras magnitudes deducidas de estas, en distintos puntos de los circuitos eléctricos.
- Se estudiarán diferentes combinaciones de resistores o resistencias, así como las reglas para determinar la resistencia equivalente

Introducción

- El análisis de circuitos más complicados se puede simplificar utilizando dos reglas, conocidas como las *reglas de Kirchhoff*, las cuales son consecuencia de aplicar las leyes de conservación de la energía y de conservación de la carga eléctrica en sistemas aislados.

- La mayor parte de los circuitos que se analizarán se consideran en *estado estacionario*, lo cual significa que las corrientes en el circuito son constantes en magnitud y dirección.

Introducción

- Una corriente eléctrica cuya dirección es constante se denomina *corriente directa o continua* (DC), y, por lo tanto, en los circuitos de corriente directa o continua la corriente eléctrica en cualquiera de sus puntos circula siempre en la misma dirección.

- Por el contrario, en los circuitos de corriente alterna (AC), la corriente eléctrica en cualquier punto del circuito cambia de dirección alternativa y/o periódicamente.

Introducción

- Finalmente, se estudiarán las características y funcionamiento de dispositivos para medir corriente eléctrica (amperímetros) y diferencias de potencial (voltímetros).

Fuerza electromotriz y baterías

- En un circuito cerrado, una batería produce una diferencia de potencial y provoca que las cargas eléctricas se muevan.
- Es decir, por lo general, en un circuito eléctrico se utiliza una batería como una fuente de energía.
- En un circuito eléctrico, como la diferencia de potencial ΔV en las terminales de una batería es constante, la corriente eléctrica I es constante en magnitud y dirección (**corriente directa o continua**).

Fuerza electromotriz y baterías

- En otras palabras, con objeto de tener en un conductor o circuito una corriente estacionaria (constante en magnitud y dirección) se necesita disponer de un suministro de energía eléctrica, es decir, se necesita una batería.

- Una batería, o cualquier aparato o dispositivo que suministre energía eléctrica, recibe el nombre de ***fuente de fuerza electromotriz*** o, más comúnmente, ***fuente de fem***.

  - El término *fuerza electromotriz* es un término histórico desafortunado, pues no se refiere o describe una fuerza sino una diferencia de potencial en voltios.

Fuerza electromotriz y baterías

- Así, se puede establecer que una fuente de *fem*, es un dispositivo que convierte energía química, mecánica, solar, eólica, …, en energía eléctrica.

- Los más comunes son las baterías y/o pilas, que convierten energía química en energía eléctrica, y los generadores, que convierten energía mecánica en energía eléctrica.

Fuerza electromotriz y baterías

- **La *fem* $\mathcal{E}$ de una batería es el voltaje (o diferencia de potencial ΔV) máximo que una batería puede mantener entre sus terminales**.

- Se puede considerar una fuente de *fem* como una "bomba de carga": cuando una diferencia de potencial eléctrico ΔV existe entre dos puntos, la fuente de *fem* mueve las cargas "cuesta arriba" desde un potencial eléctrico menor (o región de baja energía potencial eléctrica) hasta un potencial eléctrico mayor (o región de alta energía potencia eléctrica).

Fuerza electromotriz y baterías

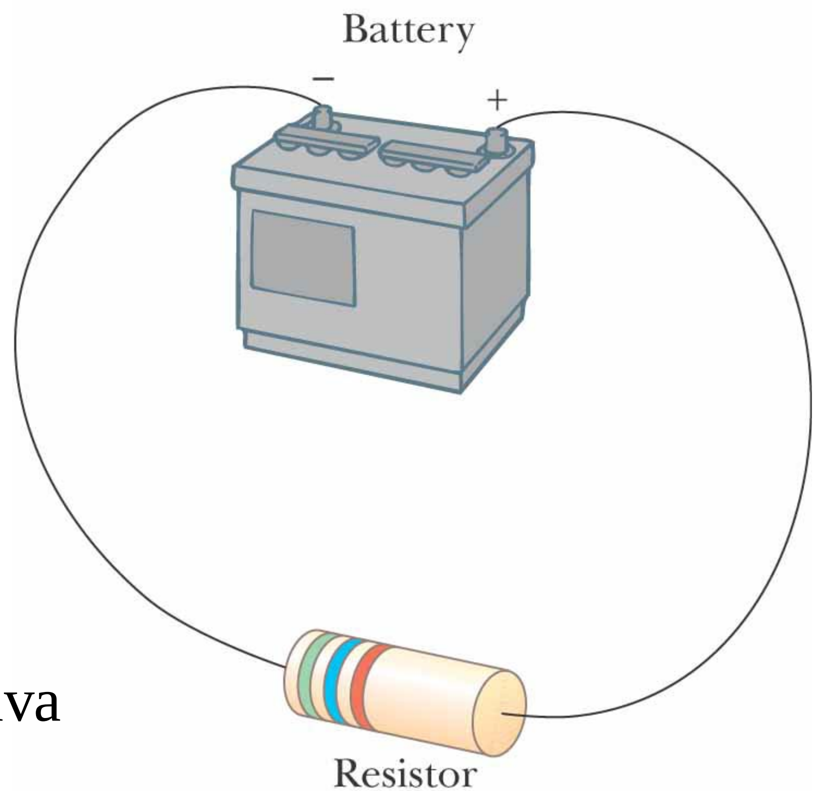
- Es decir, una fuente de *fem* realiza trabajo sobre la carga que pasa a través de ella (la mueve hacia un potencial eléctrico mayor y, por lo tanto, $\Delta V > 0$), elevando la energía potencial eléctrica (ΔU) de la carga ($\Delta U = q\Delta V$).

- De esta manera, el incremento de energía potencial eléctrica ΔU por unidad de carga q ($\Delta U/q$), recibe el nombre de *fem*, $\mathcal{E}$, de la fuente.

- Consecuentemente, y recordando que $\Delta V \equiv \Delta U/q$, cuando una carga ΔQ fluye a través de una fuente de *fem*, su energía potencial aumenta una cantidad dada por: $\Delta U = \Delta Q\, \mathcal{E}$ donde $\mathcal{E}$ [=] V

Fuerza electromotriz y baterías

- Considere un circuito eléctrico simple formado por una batería conectada a un resistor o resistencia (ver figura).
- En general, se considera que los alambres (de conexión) no tienen resistencia, *i.e.* no son elementos resistivos en un circuito.
- La terminal positiva de una batería está a un potencial eléctrico más alto que el de la terminal negativa

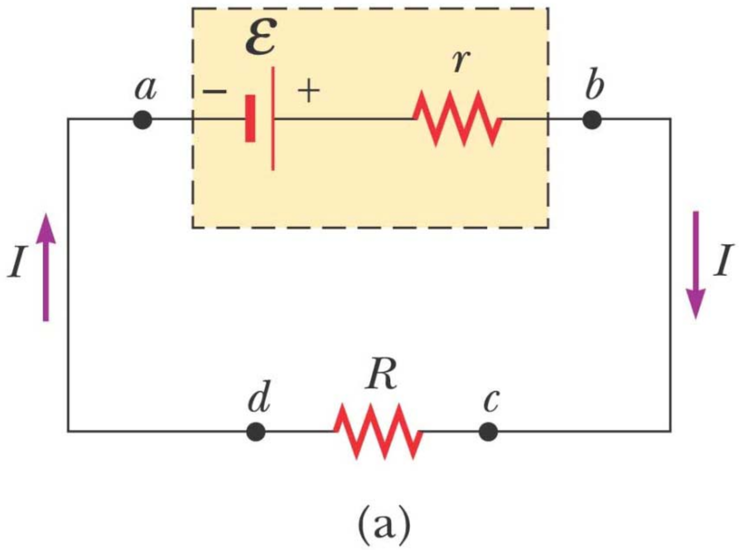


Fuerza electromotriz y baterías

- Como una batería real está hecha de materia, dentro de la batería hay una resistencia al flujo de carga eléctrica (*i.e.* a la corriente eléctrica).
- Esta resistencia se conoce como **resistencia interna** .
- Por otro lado, una batería ideal es una fuente de *fem* que mantiene una diferencia de potencial ΔV constante entre sus dos terminales, independientemente del flujo de carga que exista entre ellos.
  - Es decir, la diferencia de potencial entre los terminales de una batería ideal (*voltaje terminal*) es igual, en magnitud, a la *fem* de dicha batería.

Fuerza electromotriz y baterías

- Sin embargo, para una batería real, el voltaje terminal *no* es igual a la *fem* de una batería en un circuito en el cual hay un flujo de carga, *i.e.* en el cual hay una corriente eléctrica *I*.
- Para entender esto, se puede considerar el siguiente diagrama.
- Nota: la batería está representada por el rectángulo punteado, el cual contiene una *fem* $\mathcal{E}$ ideal (libre de resistencia) conectada en serie con una resistencia interna .

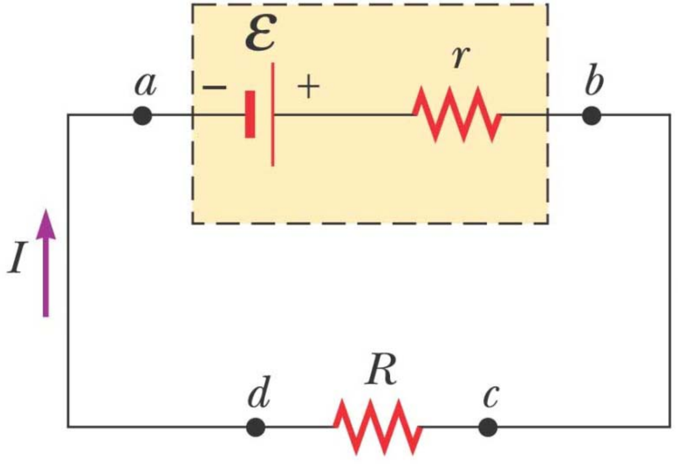


Fuerza electromotriz y baterías

- Moviéndose a través de la batería desde *a* hasta *b* y midiendo el potencial eléctrico ΔV en diferentes puntos, se observa que:

- al pasar de la terminal negativa a la terminal positiva, el potencial eléctrico *aumenta* en una cantidad $\mathcal{E}$;

- sin embargo, al pasar a través de la resistencia *r*, el potencial eléctrico *disminuye* en una cantidad Ir (recordar que $\Delta V = RI$, donde I es la corriente eléctrica en el circuito y R es una resistencia).



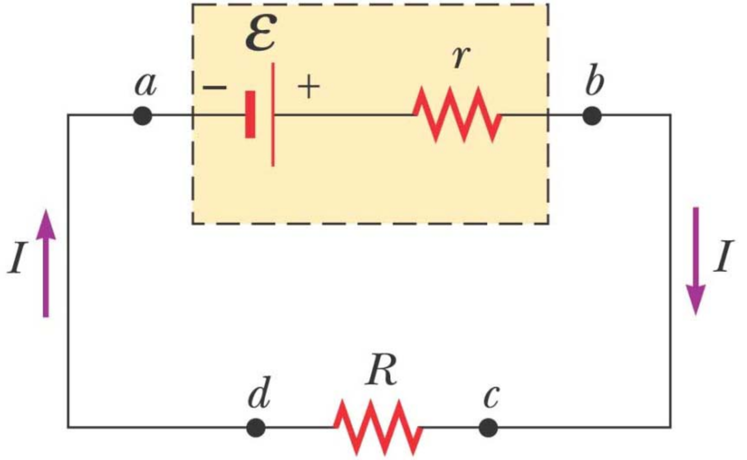
(a)

Fuerza electromotriz y baterías

- Entonces, la diferencia de potencial, o voltaje, terminal de la batería es:

$$\Delta V_t = \mathcal{E} - Ir$$

- A partir de esta expresión, se puede establecer que la *fem* $\mathcal{E}$ es equivalente al **voltaje de un circuito abierto**, *i.e.* el *voltaje terminal cuando la corriente eléctrica es cero.*



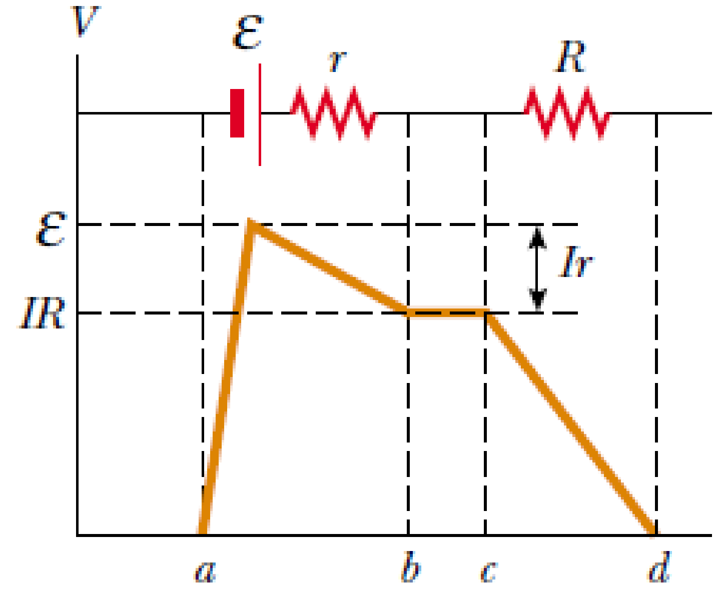
(a)

Fuerza electromotriz y baterías

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir$$

- Además, también se puede establecer que la diferencia de potencial ΔV real de una batería depende de la corriente eléctrica que pase a través de ella.

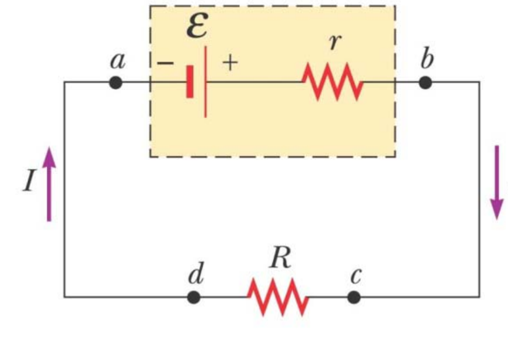
- La siguiente figura es una representación gráfica de los cambios en el potencial eléctrico conforme se recorre el circuito.



Fuerza electromotriz y baterías

- Analizando una vez más el diagrama del circuito de una fuente de *fem* $\mathcal{E}$ (en este caso, una batería), con una resistencia interna , y conectado a un resistor externo de resistencia R, se puede establecer que:

- la diferencia de potencial, o voltaje, terminal ΔV debe ser igual a la diferencia de potencial a lo largo de la resistencia externa R, conocida por lo general **resistencia de carga**.



(a)

- El resistor de carga puede ser un simple elemento resistivo de un circuito o la resistencia de algún dispositivo o aparato eléctrico conectado a una batería o a una toma de corriente.

Fuerza electromotriz y baterías

- El resistor representa una *carga* sobre la batería debido a que la batería debe suministrar o proporcionar energía para que el dispositivo o aparato funcione.

- Entonces, la diferencia de potencial a través de la resistencia de carga es: $\Delta V = IR$.

- y considerando que la diferencia de potencial terminal ΔV_t de la batería debe ser igual a la diferencia de potencial a lo largo de la resistencia externa:

$$\Delta V_t = IR = \mathcal{E} - Ir$$

Fuerza electromotriz y baterías

- Despejando la *fem* $\mathcal{E}$ de la ecuación anterior:

$$\mathcal{E} = IR + Ir = I(R + r)$$

- y despejando la corriente eléctrica *I*:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

- Esta ecuación demuestra que la corriente eléctrica *I* en este circuito simple depende tanto de la resistencia de carga *R* (externa a la batería) como de la resistencia interna .
  - Si *R* es mucho mayor que , tal y como ocurre en muchos circuitos eléctricos reales, se puede despreciar .

Fuerza electromotriz y baterías

- Si se multiplica la ecuación: $$\mathcal{E} = IR + Ir$$

  por la corriente eléctrica *I*, se obtiene: $$I\mathcal{E} = I^2R + I^2r$$

- Esta ecuación indica que, debido a que la potencia eléctrica es: $$\mathcal{P} = I\Delta V$$

  la potencia eléctrica total que suministra o proporciona la batería es: $$\mathcal{P} = I\mathcal{E}$$

  - recordar que la *fem* $\mathcal{E}$ es la diferencia de potencial ΔV (o voltaje) máximo que una batería puede mantener entre sus terminales

Fuerza electromotriz y baterías

- Esta potencia total de la batería corresponde a:

$$\mathcal{P} = I\mathcal{E} = I^2R + I^2r$$

- es decir, la potencia total de salida se reparte entre la *resistencia de carga externa*, en una cantidad I^2R, y la *resistencia interna*, en una cantidad I^2 .

  - recordar que $\mathcal{P} = I\Delta V = I(IR) = I^2R$

Aclaraciones importantes

- **¿Qué es constante en una batería?**
- Es un error común el considerar una batería como una fuente de corriente constante.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

- La corriente en el circuito depende de la resistencia conectada a la batería (que puede variar). Tampoco es verdad que la batería es una fuente de diferencia de potencial, o voltaje, terminal constante.

$$\Delta V_t = \mathcal{E} - Ir$$

- **Una batería es una fuente de *fem* contante.**

Pregunta

- Para maximizar el porcentaje de potencia eléctrica que una batería proporciona a un dispositivo o aparato, la resistencia interna de la batería debe ser:

  (a) tan pequeña como sea posible

  (b) tan grande como sea posible

  (c) el porcentaje no depende de la resistencia interna.

Problema

- Una batería tiene una *fem* de $\mathcal{E}$ = 12.0 V y una resistencia interna de 0.05 Ω. Sus terminales se conectan a una resistencia de carga de R = 3.00 Ω.

  (A) Calcule la corriente eléctrica en el circuito y el voltaje terminal de la batería.

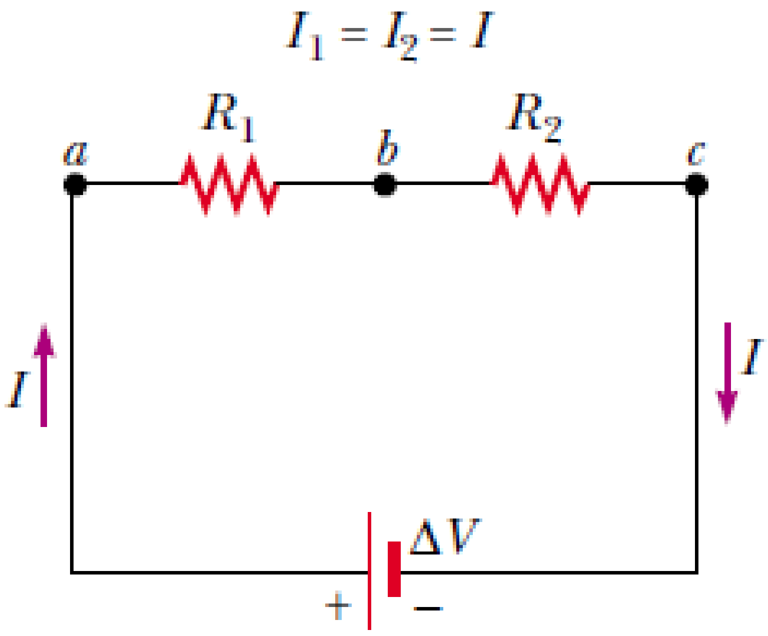
  (B) Calcule la potencia eléctrica suministrada al resistor o resistencia de carga, la potencia eléctrica suministrada a la resistencia interna, y la potencia eléctrica total suministrada por la batería.

Problema

(C) Conforme una batería *envejece*, su resistencia interna aumenta. Suponga que, hacia el fin de su vida útil, la resistencia interna de la batería aumenta hasta 2.00 Ω ¿Cómo afecta este aumento en su resistencia interna a la capacidad de la batería para suministrar energía?

Resistores en serie

- Cuando dos resistencias están conectadas en serie (ver figura), si una cantidad de carga Q sale del resistor R_1, la carga Q también debe de entrar en la segunda resistencia R_2;
  - si no ocurriera así, la carga se acumularía en el alambre entre las resistencias.



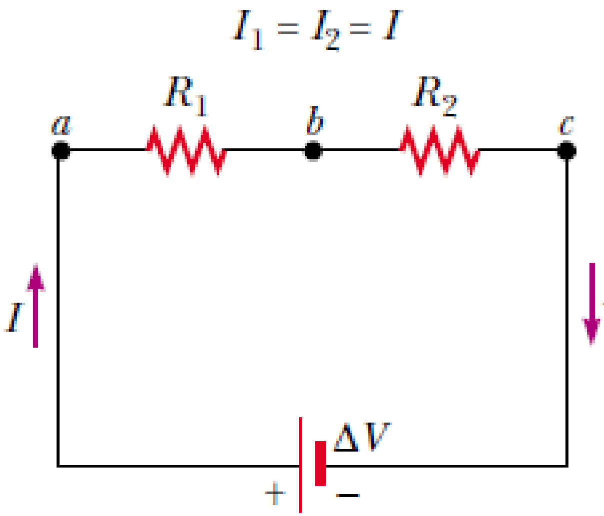
- Es decir, la misma cantidad de carga pasa a través de ambas resistencias en un intervalo de tiempo dado.

Resistores en serie

- Es decir,

  para una combinación en serie de dos o más resistores, la corriente eléctrica es la misma en todos los resistores debido a que la cantidad de carga que pasa a través de R_1 debe pasar también a través de R_2, R_3, …, en el mismo intervalo de tiempo.

- La diferencia de potencial ΔV aplicada, mediante una fuente de *fem*, a través de una combinación en serie de resistores se tendrá que dividir entre los resistores.



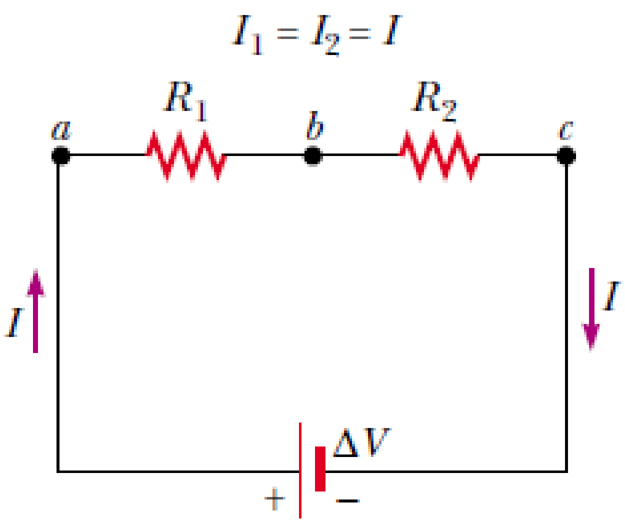
Resistores en serie

- En la figura, debido a que la diferencia de potencial disminuye a través de una resistencia, de $a \rightarrow b$ la *caída* de potencial es igual a:

  $$\Delta V_{\mathrm{R1}} = IR_1$$

  y la caída de potencial de $b \rightarrow c$ es igual a:

  $$\Delta V_{\mathrm{R2}} = IR_2$$



- Consecuentemente, la diferencia de potencial de $a \rightarrow c$ (que corresponde a una caída o disminución) es:

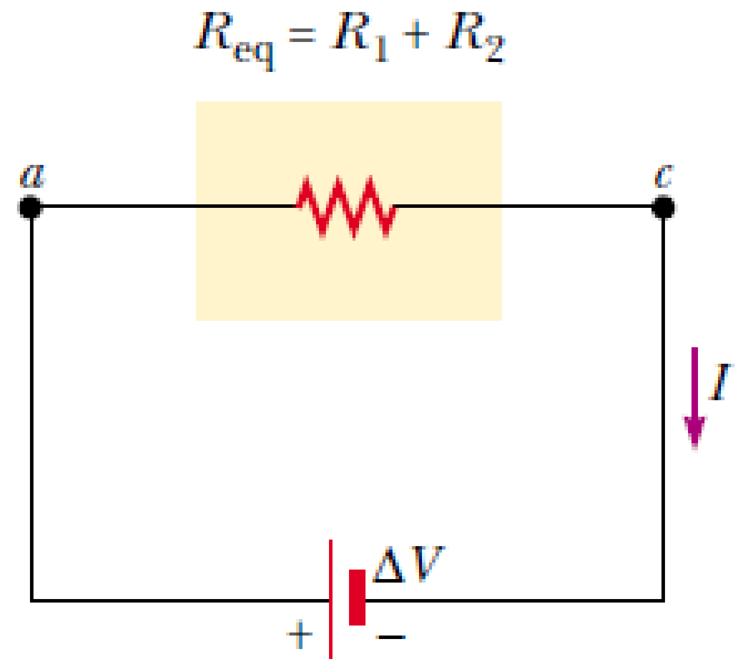
$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

Resistores en serie

- En otras palabras, se puede establecer que la diferencia de potencial a través de la batería es también la diferencia de potencial aplicada a una **resistencia equivalente** R_{eq} (ver figura):

$$\Delta V = I R_{eq}$$

- La resistencia equivalente tiene el mismo efecto sobre el circuito debido a que implica la misma corriente eléctrica (carga por unidad de tiempo) en la batería que la combinación de resistores.



Resistores en serie

- Igualando senda ecuaciones para la diferencia de potencial, se establece que se puede reemplazar los dos resistores conectados en serie mediante una resistencia equivalente cuyo valor es la *suma* de las resistencias individuales:

$$\Delta V = I R_{\text{eq}} = I(R_1 + R_2) \quad \rightarrow \quad R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$$

- Por lo tanto, la resistencia R_{eq} es equivalente a la combinación en serie de resistores $R_1 + R_2$ debido a que la corriente eléctrica en el circuito no cambia cuando R_{eq} reemplaza a $R_1 + R_2$.

Resistores en serie

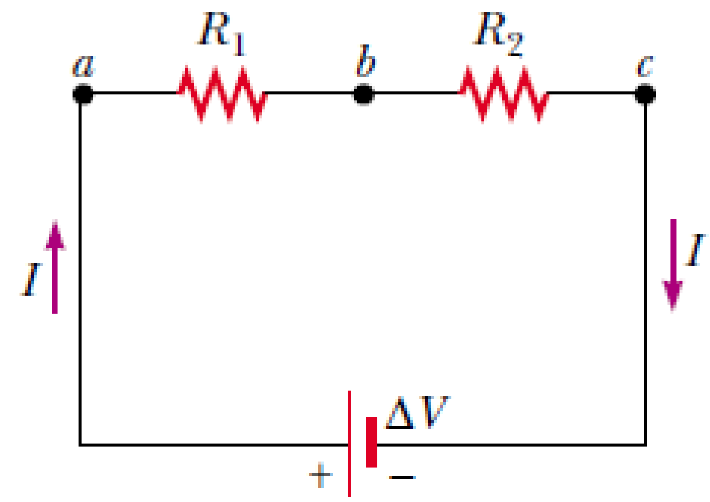
- La resistencia equivalente de tres o más resistencias conectadas en serie es:

$$R_{\mathrm{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots$$

- **La resistencia equivalente de una combinación de resistores en serie es la suma numérica de las resistencias individuales y es siempre mayor que cualquiera de las resistencias individuales.**

Preguntas

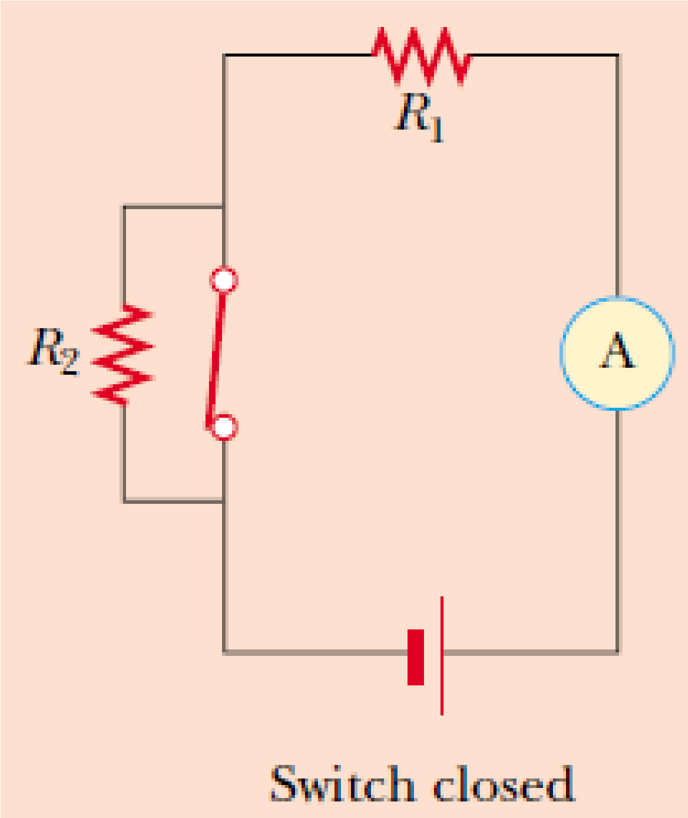
- En la siguiente figura, suponga que una cantidad de carga positiva pasa primero a través de la R_1 y luego a través de R_2. En comparación con la corriente en R_1, la corriente en R_2 es (a) menor, (b) mayor, o (c) igual.



- Si un pedazo de cable se utiliza para unir los puntos *b* y *c*, la luminosidad de la *bombill*a R_1
  (a) aumenta
  (b) disminuye
  (c) permanece igual.

Preguntas

- Observar la figura.
- Con el interruptor (*switch*) cerrado no hay corriente en R_2, pues la corriente tiene una trayectoria alternativa de cero resistencia a través del switch. Por otro lado, sí hay corriente en R_1 y esta corriente se mide con un amperímetro (dispositivo para medir corriente eléctrica), indicado a la izquierda del circuito eléctrico.



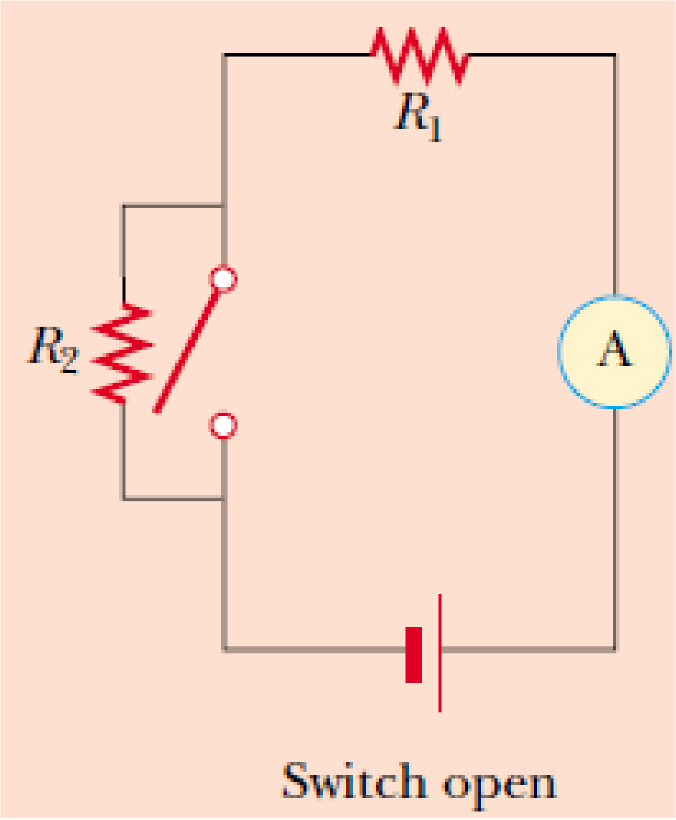
Preguntas

- Si el interruptor se abre, entonces sí hay corriente en R_2. ¿Qué le pasa a la lectura del amperímetro cuando se abre el switch?

(a) la lectura aumenta

(b) la lectura disminuye

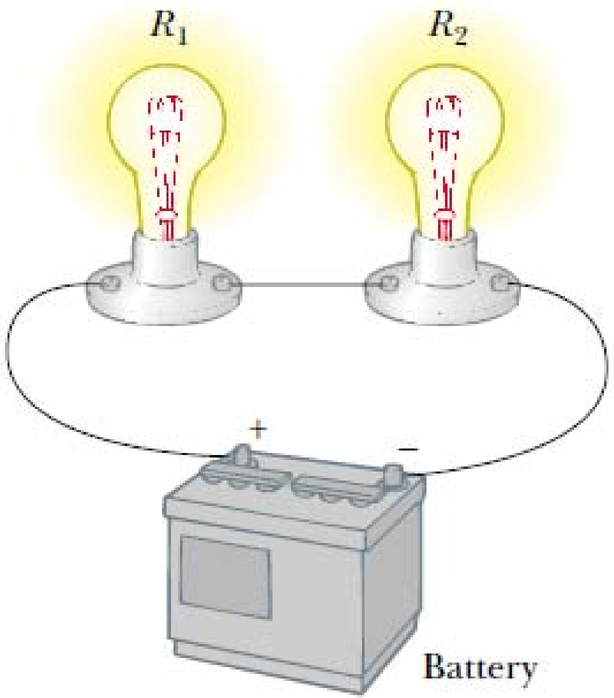
(c) la lectura no cambia.



Resistores en serie

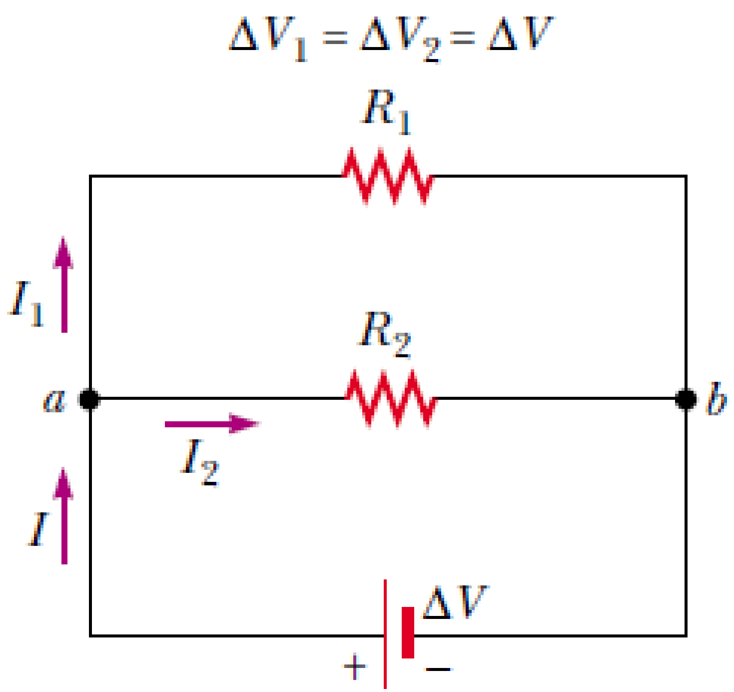
- Nótese que si el filamento de uno de los focos en la siguiente figura fallara, el circuito ya no estaría cerrado (condición de circuito abierto) y el segundo foco también se apagaría.

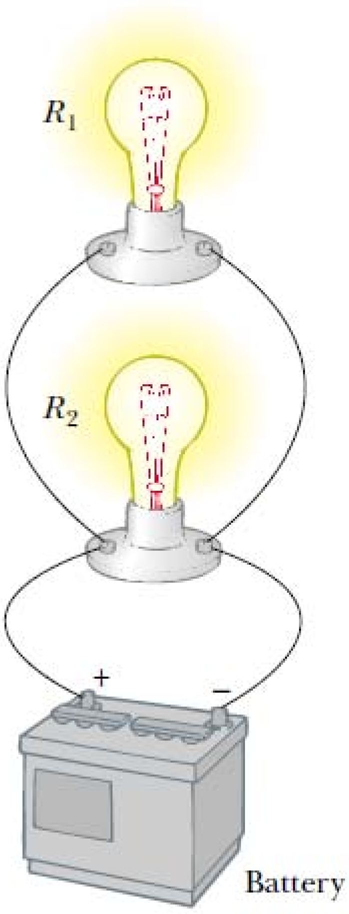
- Esta es una de las características de los circuitos en serie, si uno de los dispositivos en la serie provoca que se abra el circuito, ninguno de los dispositivos puede operar.



Resistores en paralelo

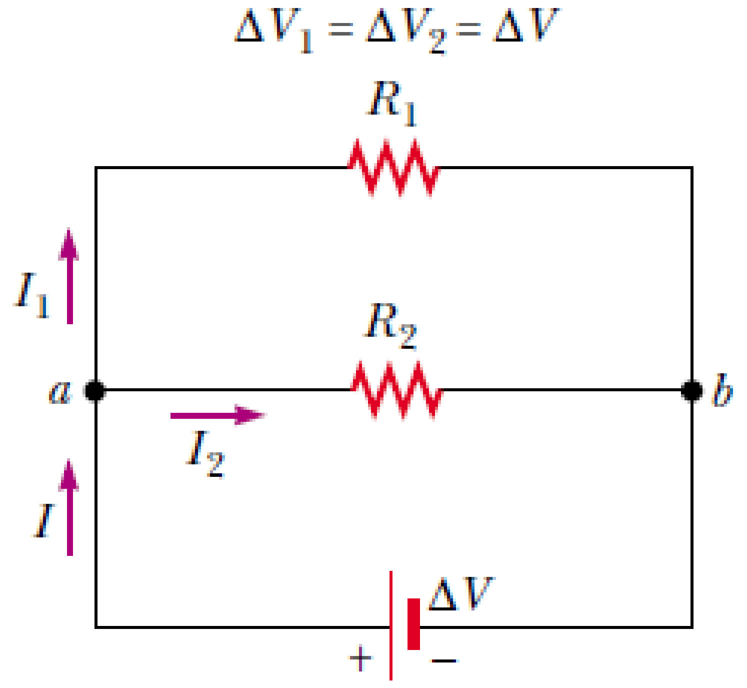
- Ahora considere dos resistores conectados en *paralelo* (ver figura).





Resistores en paralelo

- Cuando las cargas llegan al punto *a*, conocido como *unión* o *empalme*, se dividen de dos partes, una parte fluye a través de R_1 y el resto fluye a través de R_2.



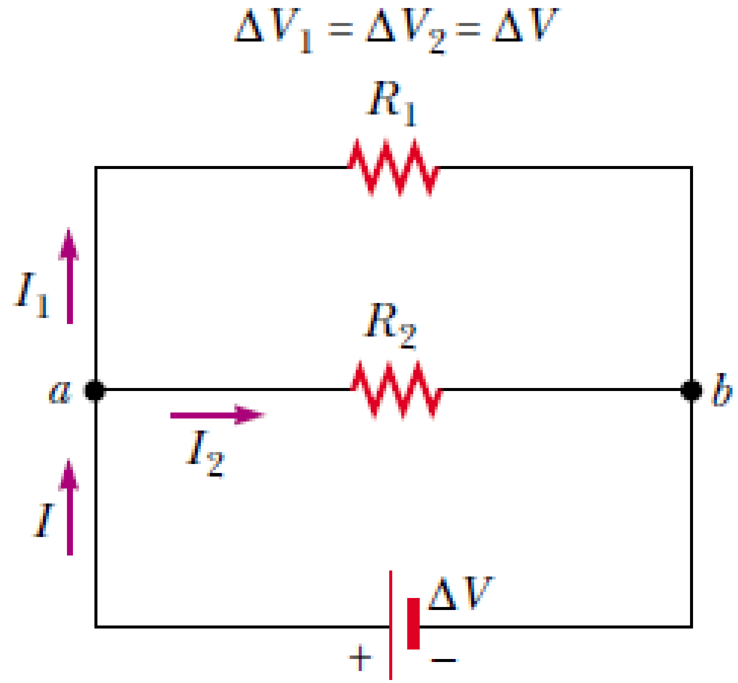
- Una unión es cualquier punto en un circuito eléctrico donde una corriente puede separarse.
- Esta separación provoca que la corriente que fluye a través de los resistores individuales sea menor que la que sale de la batería

Resistores en paralelo

- Se debe recordar que *la carga eléctrica se conserva*, y, por lo tanto, la corriente eléctrica I que entra en el punto a debe ser igual a la corriente total que sale de él.

$$I = I_1 + I_2$$

donde I_1 es la corriente en R_1, e I_2 es la corriente en R_2.



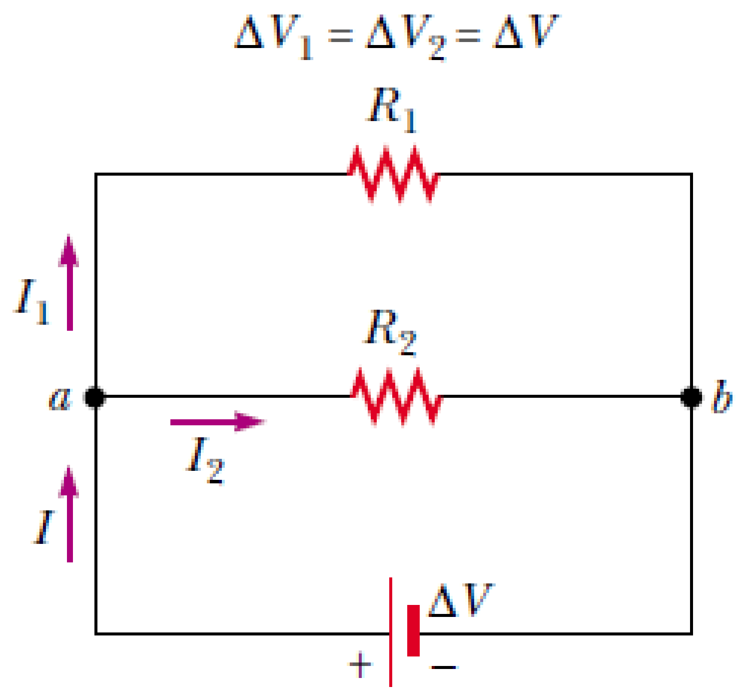
- Se puede observar que los dos resistores están conectados directamente a las terminales de la batería.

Resistores en paralelo

- Es decir, cuando dos resistores están conectados en paralelo, las diferencias de potencial a través de todos los resistores es la misma.
- Debido a que las diferencias de potencial a través de los dos resistores son iguales, la expresión

$$\Delta V = IR$$

permite calcular



$$I_1 = \frac{\Delta V_1}{R_1} = \frac{\Delta V}{R_1} \quad y \quad I_2 = \frac{\Delta V_2}{R_2} = \frac{\Delta V}{R_2}$$

Resistores en paralelo

- Y entonces:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}}$$

- Donde R_{eq} es una resistencia equivalente que tendrá el mismo efecto sobre el circuito eléctrico que los dos resistores en paralelo.

- Es decir, R_{eq} “extrae” la misma corriente eléctrica I de la batería que las dos resistencias en paralelo.

Resistores en paralelo

- A partir del resultado anterior, se puede establecer que la resistencia equivalente de dos resistores en paralelos es:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Resistores en paralelo

- Si se repite el análisis para tres o más resistores, se obtiene que

$$\frac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots$$

- **el inverso de la resistencia equivalente de dos o más resistores conectados en paralelo es igual a la suma del inverso de las resistencias individuales. Además, la resistencia equivalente siempre es menor que la resistencia más pequeña en el grupo o conjunto de resistores.**

Resistores en paralelo

- Las instalaciones eléctricas de las casas se conectan de modo que los aparatos y dispositivos electrodomésticos estén conectados en paralelos.

- De esta manera, cada uno opera independientemente de los demás y si alguno deja de funcionar, los otros no se detienen.

- Además, si se observa con atención el resultado para la corriente, con este tipo de conexión eléctrica cada aparato opera con la misma diferencia de potencial o voltaje.

Aclaraciones importantes

- **Cambios locales y globales.**

  Un cambio local en una parte de un circuito eléctrico puede resultar en un cambio global a través de todo el circuito.

  Por ejemplo, si una sola resistencia se cambia en un circuito eléctrico que contiene varios resistores y baterías, pueden cambiar las corrientes eléctricas en todos los resistores y baterías, los voltajes terminales de todas las baterías, y las diferencias de potencial a través de todos los resistores.

Aclaraciones importantes

- **La corriente no toma la trayectoria de menor resistencia.**

  Algunas veces se dice que “las corrientes eléctricas toman la trayectoria de menor resistencia” en relación a un combinación en paralelo de trayectorias para la corriente, de manera que hay dos o más trayectorias que la corriente eléctrica puede tomar.

  La frase es incorrecta.

  La corriente eléctrica toma *todas* las trayectorias.

  Las corrientes con menor resistencia tendrán mayores corrientes eléctricas, pero aún trayectorias con resistencias grandes tendrán *parte* de la corriente eléctrica.

Preguntas

- En la siguiente figura, imagine que adiciona un tercer resistor en serie. ¿La corriente eléctrica *I* en la batería?

  (a) aumenta,

  (b) disminuye,

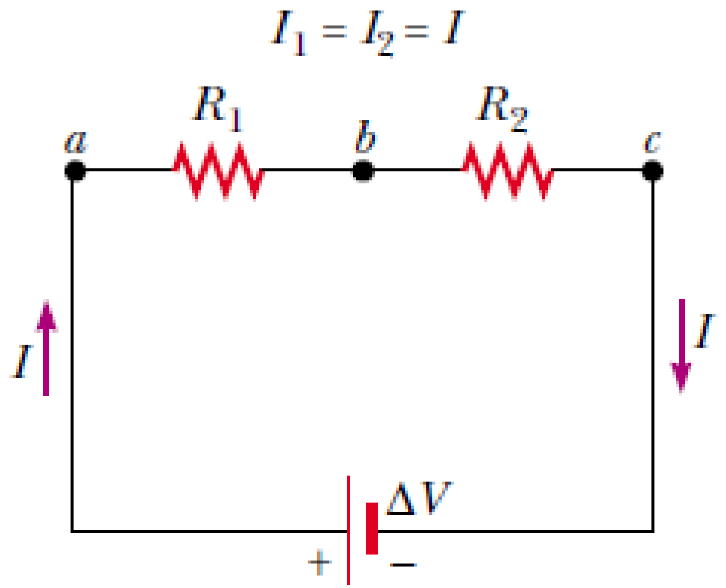
  (c) permanece igual.

  ¿El voltaje terminal de la batería?

  (d) aumenta,

  (e) disminuye,

  (f) permanece igual.



Preguntas

- Conectar otro resistor en serie aumenta la resistencia total R del circuito eléctrico, lo cual provoca que disminuya la corriente eléctrica I.

- La diferencia de potencial ΔV a través de los terminales de la batería aumenta debido a que una menor corriente eléctrica I implica una menor disminución (en magnitud) del voltaje a través de la resistencia interna.

Preguntas

- En la siguiente figura, imagine que adiciona un tercer resistor en paralelo. ¿La corriente eléctrica *I* en la batería?

  (a) aumenta,

  (b) disminuye,

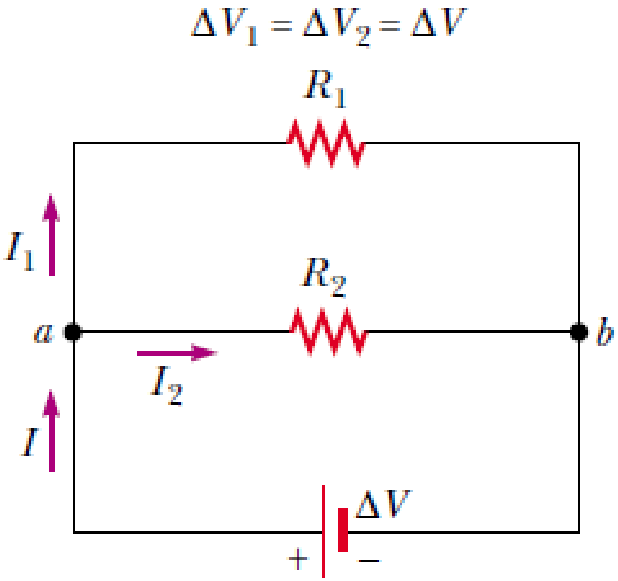
  (c) permanece igual.

  ¿El voltaje terminal de la batería?

  (d) aumenta,

  (e) disminuye,

  (f) permanece igual.



Preguntas

- Si se conecta un tercer resistor en paralelo, la resistencia total R del circuito eléctrico disminuye, y la corriente eléctrica I en la batería aumenta.

- La diferencia de potencial ΔV a través de los terminales de la batería aumenta debido a que una mayor corriente eléctrica I implica una mayor *caída* (en magnitud) de voltaje a través de la resistencia interna.

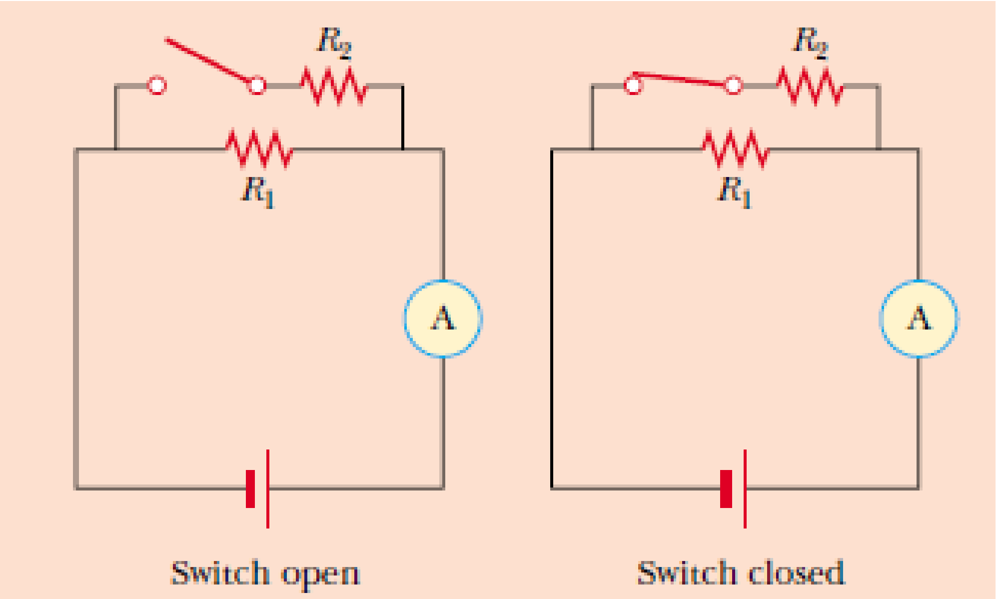
Preguntas

- Con el *switch* o interruptor abierto, no hay corriente eléctrica en R_2. En R_1 sí hay corriente eléctrica, y ésta se mide con el amperímetro a la derecha del circuito eléctrico. Si se cierra el circuito, entonces sí hay corriente en R_2. ¿Qué le pasa a la lectura en el amperímetro cuando se cierra el interruptor?

  (a) la lectura aumenta;

  (b) la lectura disminuye;

  (c) la lectura no cambia.

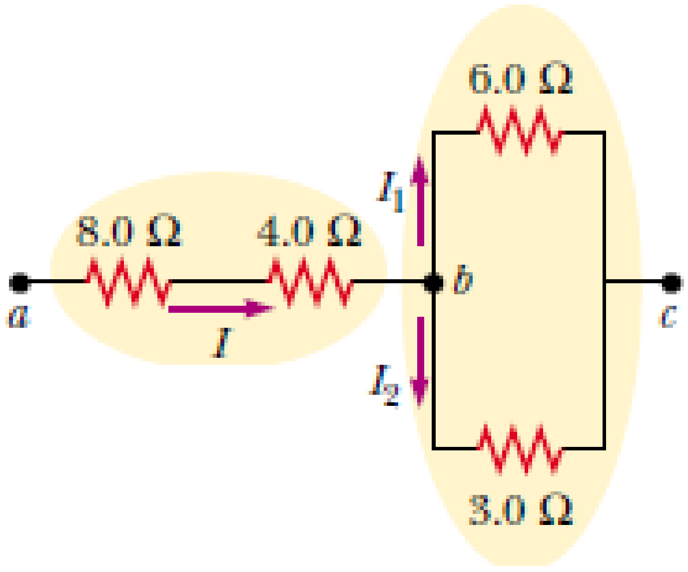


Problemas

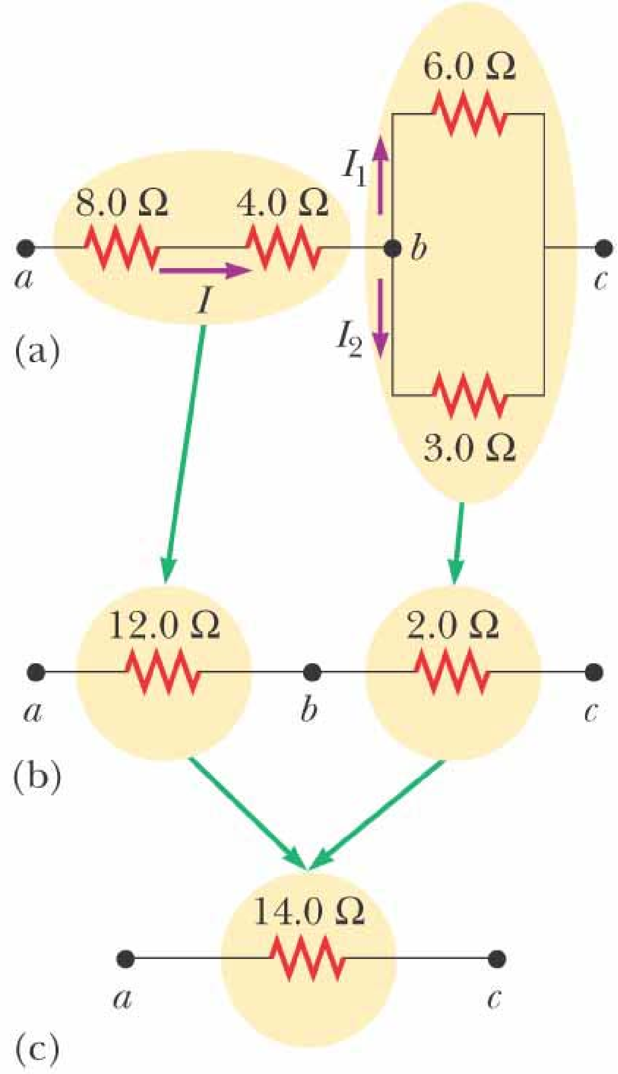
- Se conectan cuatro resistores tal y como se muestra en la siguiente figura.

  (A) Calcule la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *c*.

  (B) ¿Cuál es la corriente eléctrica *I* en cada resistor si se mantiene entra *a* y *c* una diferencia de potencial de 42 V?



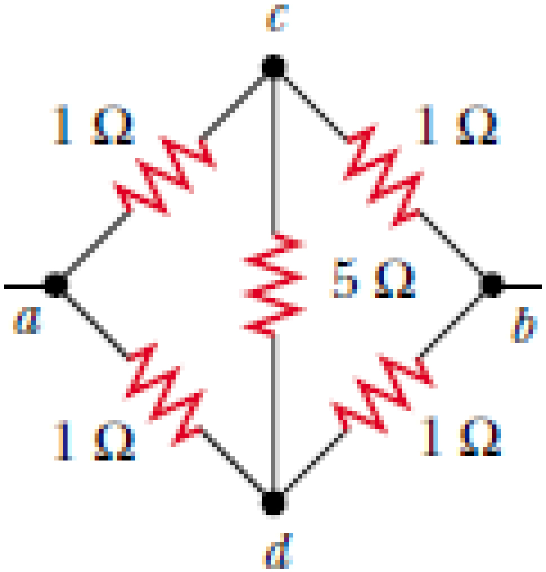
Problemas



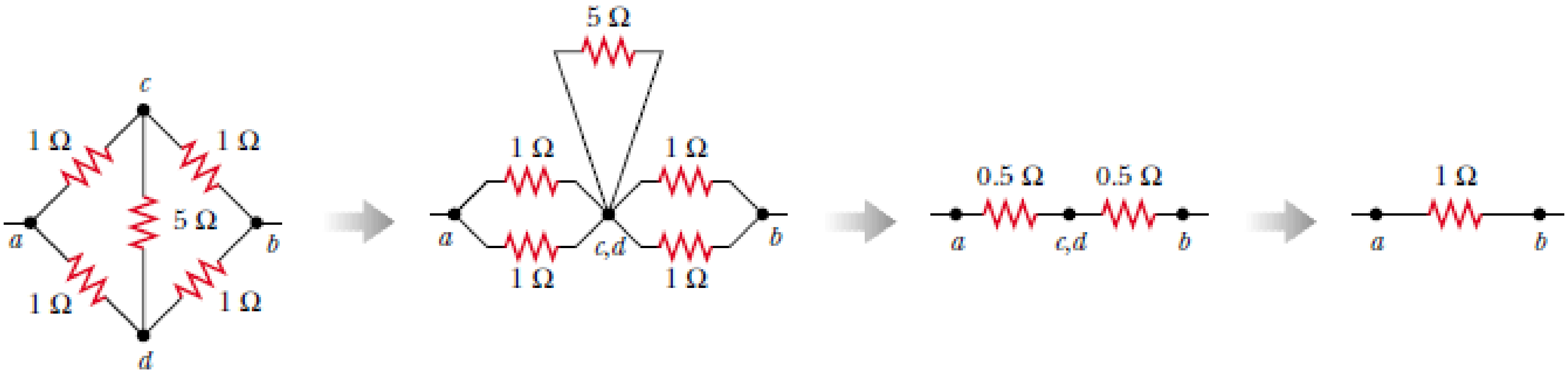
Problemas

- **Argumentos de simetría.**

  Considere cinco resistores conectados tal y como se muestra en la siguiente figura. Encuentre la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b*.



Problemas



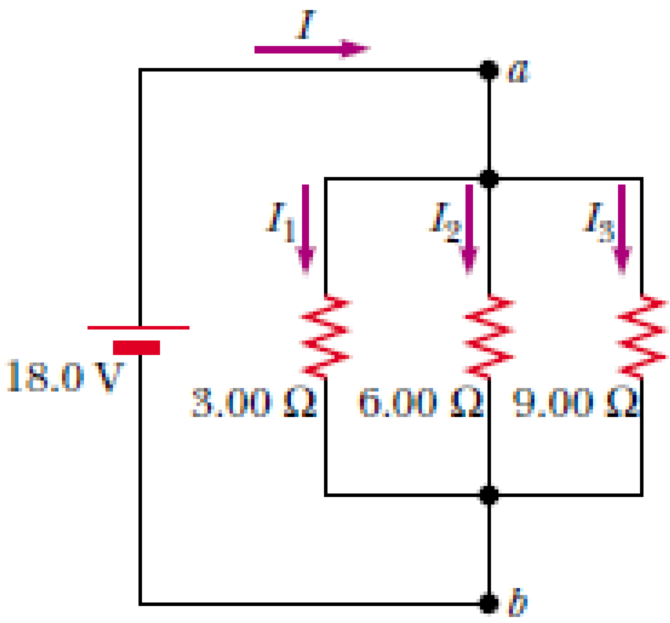
Problemas

- Tres resistores están conectados en paralelo tal y como muestra la siguiente figura. Se mantiene una diferencia de potencial de 18.0 V entre los puntos *a* y *b*.

(A) Calcule la corriente en cada resistor.

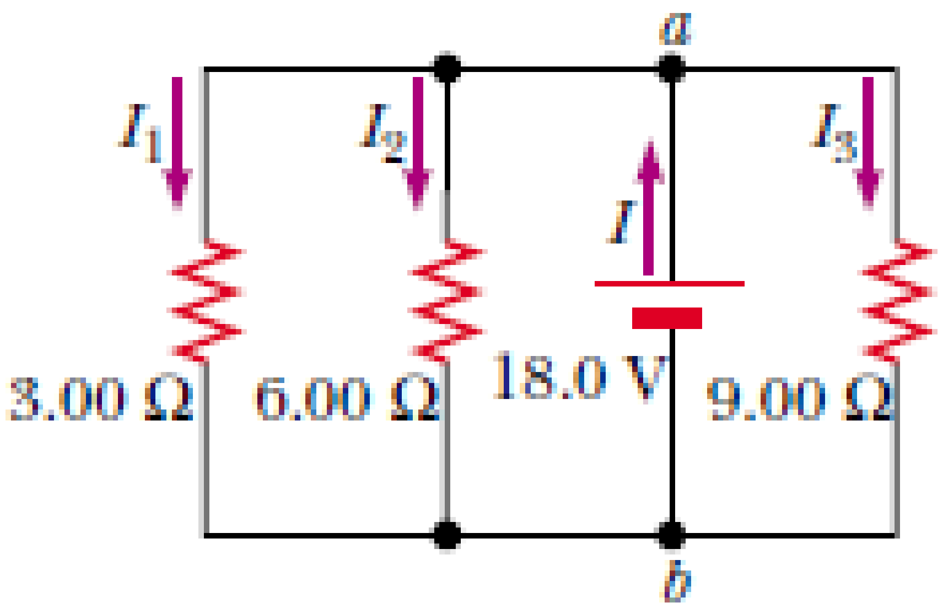
(B) Calcule la potencia suministrada a cada resistor y la potencia total proporcionada a esta combinación de resistores.

(C) Calcule la resistencia equivalente del circuito.



Problemas

- ¿Cómo afectaría a los cálculos si el circuito anterior se reemplazara por el que se muestra a continuación?



Reglas de Kirchhoff

- Aunque los métodos discutidos anteriormente para sustituir las combinaciones de resistencias en serie y en paralelo por una resistencia equivalente, simplifican muchas de las combinaciones posibles, no son suficientes para el análisis de todos los circuitos simples, especialmente aquellos que poseen más de una batería.

- Los circuitos simples se pueden analiza utilizando la expresión $\Delta V = IR$ y las reglas para combinaciones de resistores en serie y en paralelo.

- Sin embargo, generalmente no es posible reducir un circuito eléctrico a un solo elemento.

Reglas de Kirchhoff

- El procedimiento para analizar circuitos eléctricos más complejos se simplifica enormemente si se utilizan dos principios conocidos como las **reglas de Kirchhoff**

1. **Regla de los empalmes (o *regla de los nudos*)**. En un punto de unión (también conocido como *nudo de ramificación*) en el cual se puede dividir la corriente eléctrica, la suma de las corrientes eléctricas que entran en dicho punto debe ser igual a la suma de las corrientes eléctricas que salen del mismo.

$$\sum I_{\text{Entrada}} = \sum I_{\text{Salida}}$$

Reglas de Kirchhoff

2. **Regla de las mallas (o *regla de los bucles*).** La suma algebraica de las diferencias de potencial a través de todos los elementos de un bucle (lazo cerrado, también conocido como malla) debe ser igual a cero.

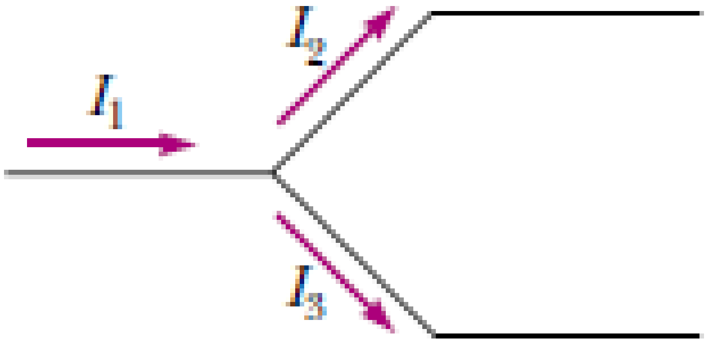
$$\sum_{\text{bucle}} \Delta V = 0$$

Reglas de Kirchhoff

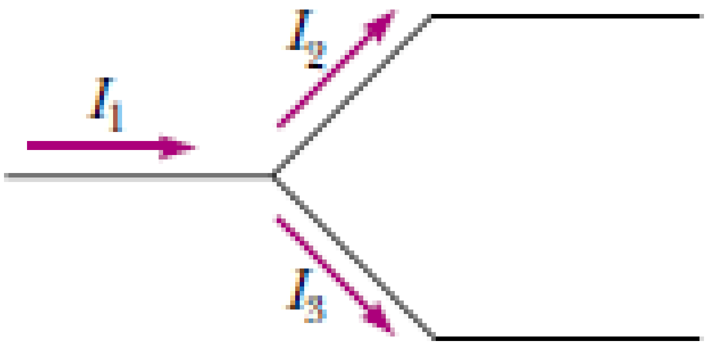
- La primera regla de Kirchhoff, es una afirmación de la conservación de la carga eléctrica.

- En estado estacionario no ocurre una acumulación de la carga eléctrica, de manera que la cantidad de carga que entra en un punto donde la corriente eléctrica ($I = \Delta Q/\Delta t$) puede dividirse, debe ser igual a la que sale de dicho punto.

- La siguiente figura muestra la unión o nudo de tres alambres conductores que transportan, respectivamente, las corrientes I_1, I_2 e I_3.



Reglas de Kirchhoff

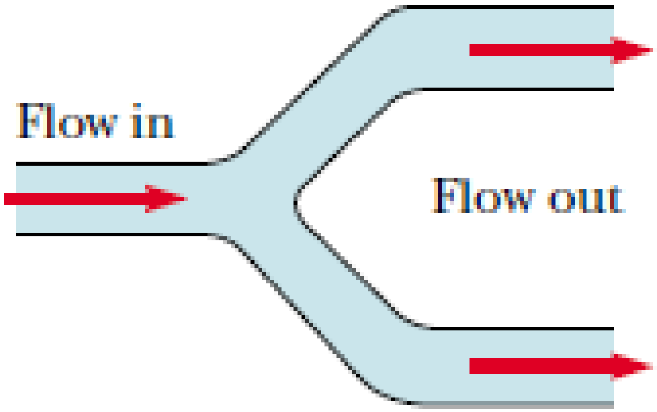


- En un intervalo de tiempo Δt, la carga $I_1 \Delta t$ fluye hacia el punto de unión por la izquierda.
- En el mismo intervalo de tiempo las cargas $I_2 \Delta t$ e $I_3 \Delta t$ salen de la unión hacia la derecha.
- Puesto que no existe ninguna causa para que se creen o se destruyan cargas en este punto, la conservación de la carga implica la regla de los nudos, que en este caso en particular establece que:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Reglas de Kirchhoff

- Es evidente que esta regla es necesaria para circuitos de múltiples mallas que contienen puntos en los cuales la corriente pueda dividirse.
- La siguiente figura representa una analogía mecánica de esta situación, en la cual el agua fluye a través de una tubería ramificada sin ninguna fuga.
- Debido a que el agua no se acumula en ninguna sección de la tubería, la velocidad de flujo hacia la tubería es igual a la velocidad de flujo total de salida en las dos ramificaciones.



Reglas de Kirchhoff

- La segunda regla de Kirchhoff se deduce a partir de la ley de conservación de la energía.
- En el estado estacionario la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera dentro de un circuito eléctrico es constante.
- En estado estacionario, el campo eléctrico en cualquier punto de un circuito eléctrico (fuera de una fuente de *fem*) es debido a la carga acumulada sobre la superficie de las terminales (*bornes*) de la batería, resistencias, cables, u otros elementos del circuito.

Reglas de Kirchhoff

- Debido a que el campo eléctrico es conservativo, existe una función potencial eléctrico (relacionada con la energía potencial eléctrica mediante la ecuación $\Delta U = q\Delta V$) en cualquier punto del circuito (excepto en el interior de una fuente de *fem*).

- Imagine que una carga se mueve a través de un circuito cerrado.

- Cuando la carga regresa al punto inicial, el sistema carga-circuito debe de tener la misma energía total que tenía antes de que se moviera la carga (*la energía no se crea ni se destruye*,…)

Reglas de Kirchhoff

- Es decir, la suma de los aumentos en energía potencial conforme la carga pasa a través de algunos elementos de un circuito debe ser igual a la suma de las disminuciones en energía potencial conforme pasa a través de otros elementos.
- Como la energía potencial ΔU es proporcional al potencial eléctrico ΔV, conforme uno se desplaza a lo largo del *bucle* o malla del circuito, el potencial eléctrico puede aumentar o disminuir dependiendo de si se encuentra una resistencia o una batería, pero una vez se haya recorrido todo el bucle y se haya regresado al punto de inicio, *la variación neta de potencial ΔV debe ser igual cero.*

Reglas de Kirchhoff

- Esta regla es una consecuencia directa del principio de conservación de la energía.

- Si se tiene una carga q en un punto donde el potencial es ΔV, la energía potencial de la carga es $\Delta U = q\Delta V$. Cuando la carga recorre un bucle en el circuito, pierde o gana energía al atravesar resistencia, baterías u otros elementos, pero cuando vuelve a su punto de partida, su energía potencial debe ser de nuevo $q\Delta V$.

Reglas de Kirchhoff

- La energía potencial disminuye siempre que la carga se mueve a través de una *caída* de potencial debida a una resistencia (– *IR*) o siempre que se mueve en la dirección contraria a través de una fuente de *fem*. La energía potencial aumenta siempre que la carga pasa a través de una batería (fuente de *fem*) desde la terminal negativa a la terminal positiva.

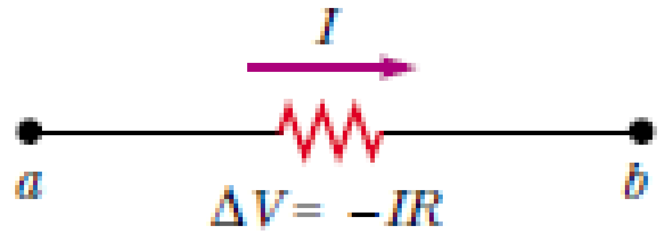
- Cuando se aplica la segunda regla de Kirchhoff, se hace considerando cambios en el *potencial eléctrico*, en lugar de cambios en la *energía potencial*.

Reglas de Kirchhoff

- Se deben considerar las siguientes **convenciones** de signo cuando se plica la segunda regla:

➢ Debido a que las cargas en un resistor se mueven desde el extremo de mayor potencial hacia el extremo de menor potencial, si un resistor se atraviesa para su análisis en la *misma* dirección que la corriente eléctrica, la diferencia de potencial ΔV a través del resistor es $-IR$.

Trayectoria de $a \rightarrow b$



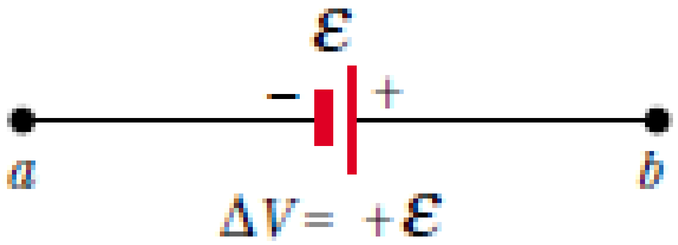
Reglas de Kirchhoff

- Si se pasa a través de un resistor en la dirección *opuesta* a la de la corriente eléctrica, la diferencia de potencial ΔV a través del resistor es $+IR$.

Trayectoria de $a \rightarrow b$

- Si se pasa a través de fuente de *fem* (con una resistencia interna = 0) en la *misma* dirección que la de la *fem* (de – a +), la diferencia de potencial ΔV es $+\mathcal{E}$.

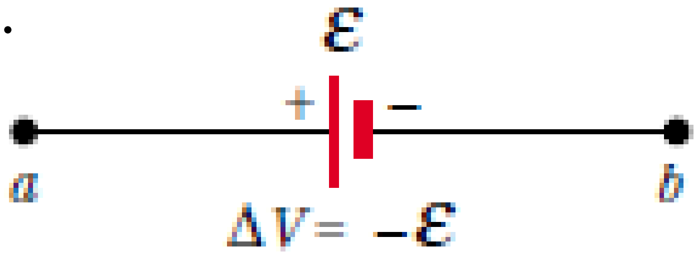
Trayectoria de $a \rightarrow b$



Reglas de Kirchhoff

- Si se pasa a través de fuente de *fem* (con una resistencia interna = 0) en la dirección *opuesta* a la de la *fem* (de + a –), la diferencia de potencial ΔV es $-\mathcal{E}$.

Trayectoria de $a \rightarrow b$



Reglas de Kirchhoff

- Existen limitaciones en el número de veces que se puede aplicar provechosamente las reglas de Kirchhoff para analizar circuitos eléctricos.

- Se puede utilizar la *regla de los nudos* tantas veces como sea necesario, siempre y cuando cada vez que se aplique, se escriba una ecuación en la que se incluya al menos una corriente eléctrica que no se haya utilizado en una *ecuación de nudo* anterior.
  - En general, el número de veces que se puede utilizar la *regla de los nudos* es una menos que el número de puntos de unión o nudos en el circuito.

Reglas de Kirchhoff

- Se puede aplicar la *regla de las mallas* o *regla de los bucles* tantas veces como sea necesario, siempre y cuando cada vez que se aplique, aparezca en la ecuación correspondiente un nuevo elemento del circuito (resistor o batería) o una nueva corriente eléctrica.

- En general, **a fin de resolver un problema de circuitos eléctricos en particular, el número de ecuaciones independientes que se necesitan obtener a partir de las dos reglas de Kirchhoff es igual al número de corrientes desconocidas.**

Reglas de Kirchhoff

- Redes complejas que contienen muchos *bucles* y *nudos* generan un gran número de ecuaciones lineales independientes y un correspondiente gran número de variables desconocidas.
- Tales situaciones se pueden resolver formalmente utilizando el álgebra matricial.
- En general, se asume que los circuitos han alcanzado condiciones de estado estacionario (*i.e.* las corrientes en todas las ramificaciones son constantes y entra la misma carga que sale)
  - **Cualquier capacitor actúa como una ramificación abierta en un circuito**; es decir, la corriente en la ramificación que contiene el capacitor es cero bajo condiciones de estado estacionario.

Reglas de Kirchhoff

- **Pistas para resolver problemas**.

❖ Se debe dibujar un diagrama del circuito eléctrico, y *etiquetar* todas las cantidades y variables conocidas y desconocidas.

❖ Se debe asignar una *dirección* a la corriente eléctrica en cada ramificación del circuito.

  Aunque la asignación de las direcciones de la corriente eléctrica es arbitraria, se debe respetar rigurosamente las direcciones asignadas al momento de aplicar las reglas de Kirchhoff.

❖ Se debe aplicar la regla de los nudos a cualquier unión en el circuito que proporcione o permita establecer nuevas relaciones entre las diferentes corrientes eléctricas.

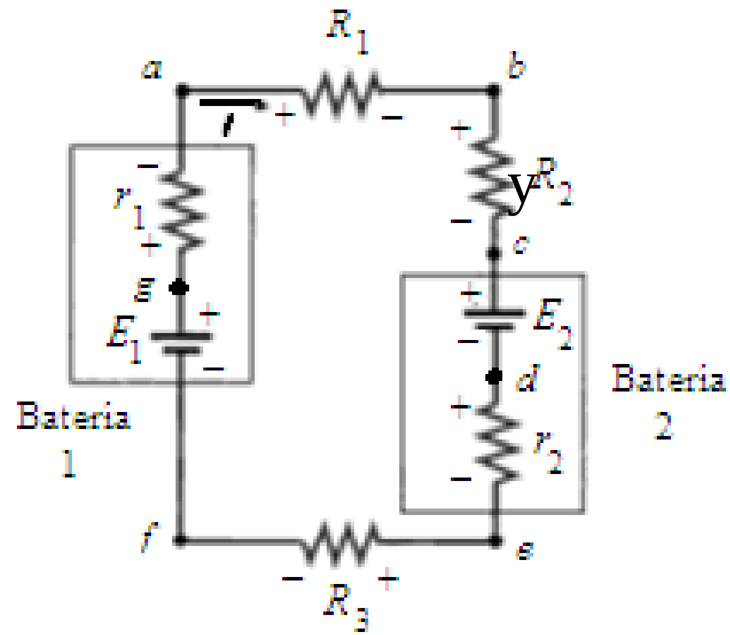
Reglas de Kirchhoff

- Se debe aplicar la regla de las mallas a todos los bucles en el circuito que sea necesario para resolver las ecuaciones.
- Para aplicar la regla de las mallas, se debe identificar correctamente la variación en la diferencia de potencial al cruzar o pasar a través de cada elemento ya sea a favor o en contra de la dirección de la corriente eléctrica. ¡Cuidado con los errores en los signos!
- Se deben resolver simultáneamente las ecuaciones para las incógnitas.

No debe causar alarma si una corriente resulta negativa; *su magnitud será correcta y la dirección será opuesta a la que se ha asignado inicialmente.*

Reglas de Kirchhoff

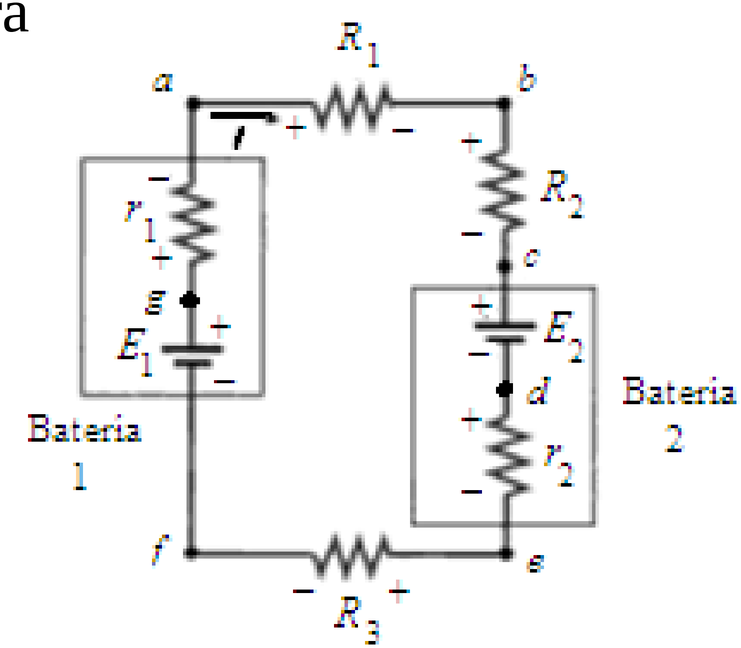
- La siguiente figura muestra un circuito eléctrico formado por dos baterías con resistencias internas $_1$ y $_2$, y tres resistencias externas (R_1, R_2 y R_3).
- Se busca determinar la corriente eléctrica en función de las *fem*’s resistencias que suponemos conocidas.
- No se puede predecir la dirección de la corriente a menos que se conozca cuál de las *fem*’s es mayor.



Reglas de Kirchhoff

- Sin embargo, no es necesario conocer la dirección y sentido de las corrientes eléctricas antes de resolver el problema.

- Se puede suponer un sentido cualquiera y resolver el problema con dicha hipótesis.



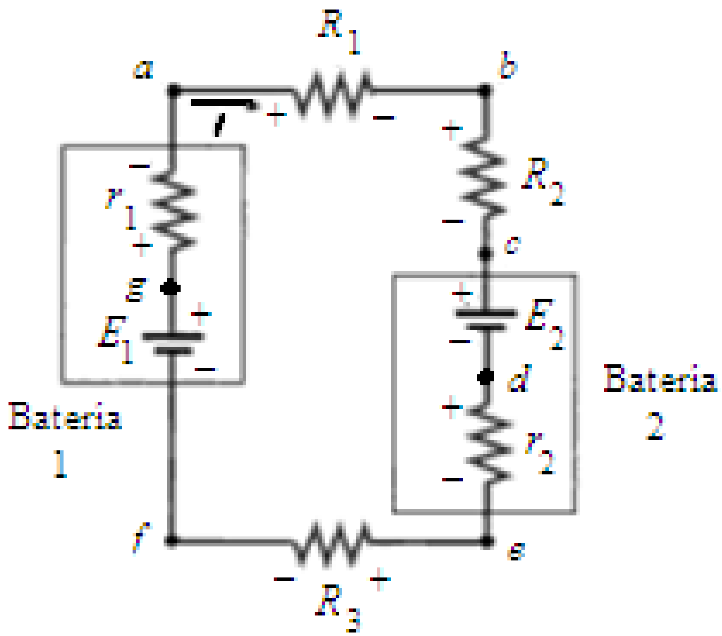
- Si la suposición fuese incorrecta, se obtendría como valor de la corriente un número negativo indicando que su sentido es opuesto al establecido inicialmente.

Reglas de Kirchhoff

- Supóngase que *I* circula en el sentido de las agujas del reloj, tal y como se indica en la figura.

- Aplíquese la regla de Kirchhoff *de las mallas* recorriendo el circuito en la dirección supuesta de la corriente eléctrica, comenzando en el punto *a*.

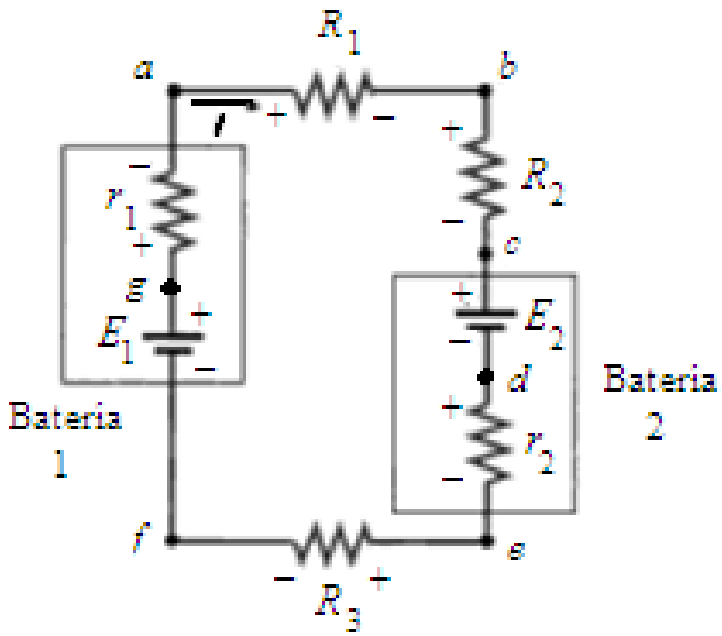
- Los extremos de mayor y menor potencial eléctrico de las resistencias se indican en la figura con los signos + y –, respectivamente.



Reglas de Kirchhoff

- Las variaciones (caídas y aumentos) del potencial eléctrico entre los puntos indicados en la figura se tabulan a continuación.

$a \to b$	caída (–)	IR_1
$b \to c$	caída (–)	IR_2
$c \to d$	caída (–)	$\mathcal{E}_2$
$d \to e$	caída (–)	$I\ _2$
$e \to f$	caída (–)	IR_3
$f \to g$	aumento (+)	$\mathcal{E}_1$
$g \to a$	caída (–)	$I\ _1$

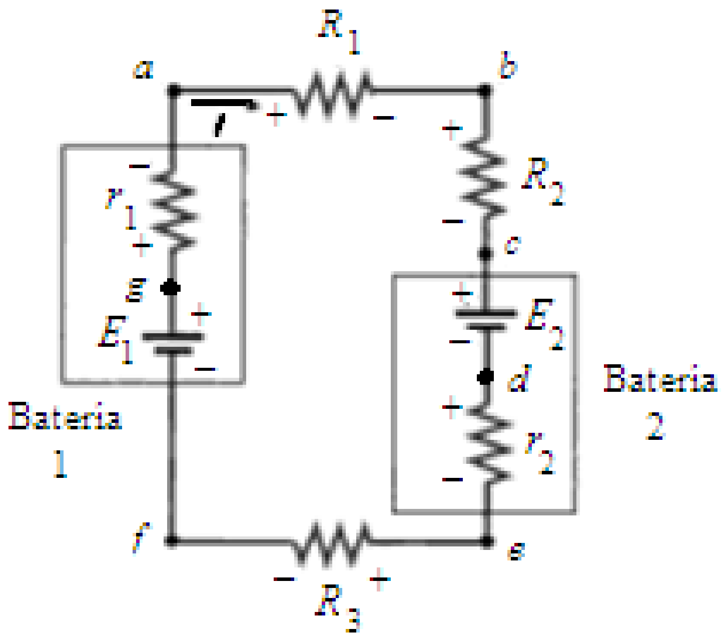


Reglas de Kirchhoff

- Si la *regla de las mallas* (segunda ley de Kirchhoff) establece que la suma algebraica de las diferencias de potencial a través de todos los elementos de un bucle o malla

  debe ser igual a cero:

$$\sum_{\text{bucle}} \Delta V = 0$$



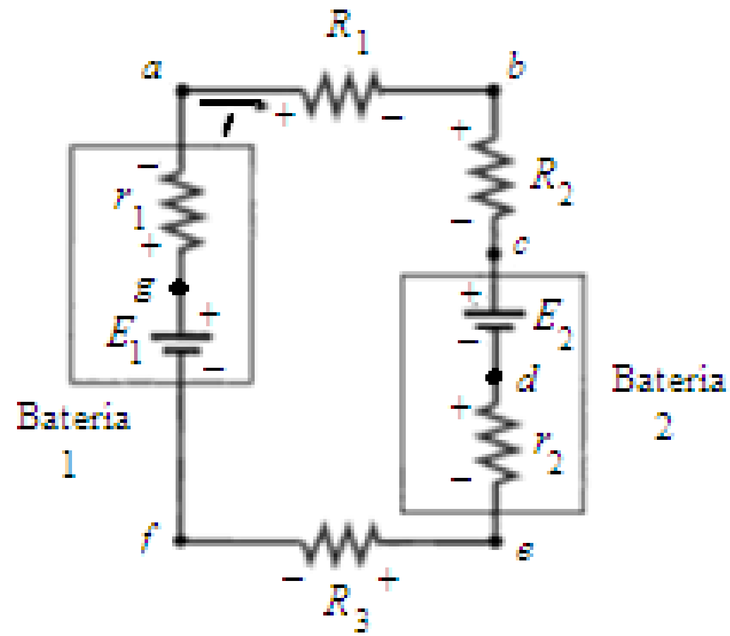
Reglas de Kirchhoff

- Comenzando en el punto *a*, se obtiene que:

$$\Delta V = -IR_1 - IR_2 - \mathcal{E}_2 - Ir_1 - IR_3 + \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 0$$

- Despejando el valor de la corriente eléctrica *I*, se obtiene:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2}$$



Reglas de Kirchhoff

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2}$$

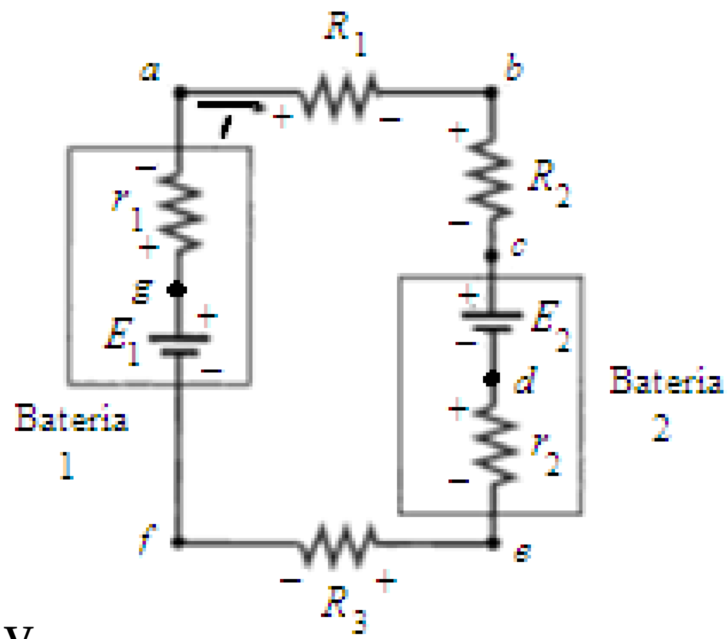
- Se debe observar que si $\mathcal{E}_2$ es mayor que $\mathcal{E}_1$, se obtiene un número negativo para la corriente eléctrica *I*, lo cual indica que se ha escogido el sentido equivocado para *I*, y el sentido correcto de *I* en el circuito de ejemplo sería en contra de las agujas del reloj.

- Por otra parte, si $\mathcal{E}_1$ es la *fem* mayor, se obtendrá un número positivo para *I*, lo cual indica que la dirección y sentido que se supusieron inicialmente son correctos.

Reglas de Kirchhoff

- Si se considera que $\mathcal{E}_1$ es la *fem* mayor ($I \rightarrow$ agujas del reloj), en la batería 2, la carga fluye del potencial más alto al más bajo.

- Por tanto, una carga ΔQ saliendo de la batería 2, desde el punto c hasta el punto d, pierde (–) una energía potencial $\Delta Q\mathcal{E}_2$ (recordar que $\Delta U = q\Delta V$).



- Es decir, en la batería 2, se convierte la energía eléctrica en energía química y esta energía se almacena en ella; *la batería 2 está cargándose.*

Reglas de Kirchhoff

- Se puede establecer el balance de energía en este circuito, multiplicando cada término de la ecuación

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 + IR_1 + IR_2 + IR_3 + Ir_1 + Ir_2$$

por lo corriente *I*:

$$\mathcal{E}_1 I = \mathcal{E}_2 I + I^2R_1 + I^2R_2 + I^2R_3 + I^2r_1 + I^2r_2$$

- El termino $\mathcal{E}_1 I$, es la velocidad a la cual la batería 1 cede energía al circuito y dicha energía procede de la energía química interna de la batería.

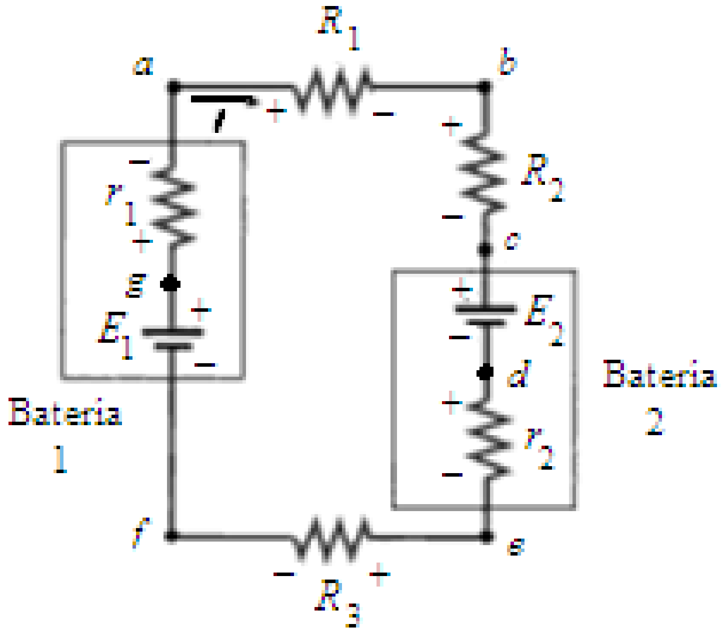
Reglas de Kirchhoff

$$\mathcal{E}_1 I = \mathcal{E}_2 I + I^2 R_1 + I^2 R_2 + I^2 R_3 + I^2 r_1 + I^2 r_2$$

- El término $\mathcal{E}_2 I$ es la velocidad a la cual la energía eléctrica se convierte en energía química en la batería 2.

- El término $I^2 R_1$ es la velocidad de producción de calor por efecto Joule en la resistencia R_1.

- Existen términos semejantes para cada una de las demás resistencias.



Aclaraciones importantes

- Debido a su resistencia interna una batería no es completamente no es completamente reversible.
- Es decir, si la resistencia interna es muy pequeña, la diferencia de potencial o voltaje terminal de la batería es aproximadamente igual a su *fem*, tanto si cede corriente a un circuito externo como si se está cargando.
  - Algunas baterías reales, como los acumuladores utilizados en los coches, son prácticamente reversibles y se puede recargar fácilmente; sin embargo, si se intenta recargar una batería no reversible mediante el sistema de hacer pasar corriente eléctrica *I* a través de ella desde su polo positivo al negativo, la energía suministrada se disipa en forma de calor y no en energía química de la pila o batería, y ésta puede explotar.

Método general para resolver circuitos con múltiples mallas

1. Reemplazar todas las combinaciones de resistencias en serie o en paralelo por resistencias equivalentes.
2. Elegir un sentido para la corriente eléctrica en cada malla del circuito y designar las intensidades en el diagrama. Asignar los signos más y menos para indicar los extremos de alto y bajo potencial eléctrico de cada fuente de *fem*, resistencia o capacitor.
3. Aplicar la *regla de los nudos* a cada unión en donde se divida la corriente eléctrica I.
4. En un circuito formado por n mallas interiores aplicar la *regla de las mallas* a las n mallas.

Método general para resolver circuitos con múltiples mallas

5. Resolver las ecuaciones para obtener los valores de las incógnitas.
6. Los resultados se pueden comprobar asignando un potencial nulo a un punto del circuito y utilizar los valores de las intensidades de corrientes deducidas para determinar los potenciales en otros puntos del circuito.

Pregunta

- Al utilizar las reglas de Kirchhoff, generalmente se asigna por separado una corriente desconocida a:

  (a) cada resistor en el circuito

  (b) a cada bucle o malla en el circuito

  (c) a cada ramificación en el circuito

  (d) a cada batería en el circuito.

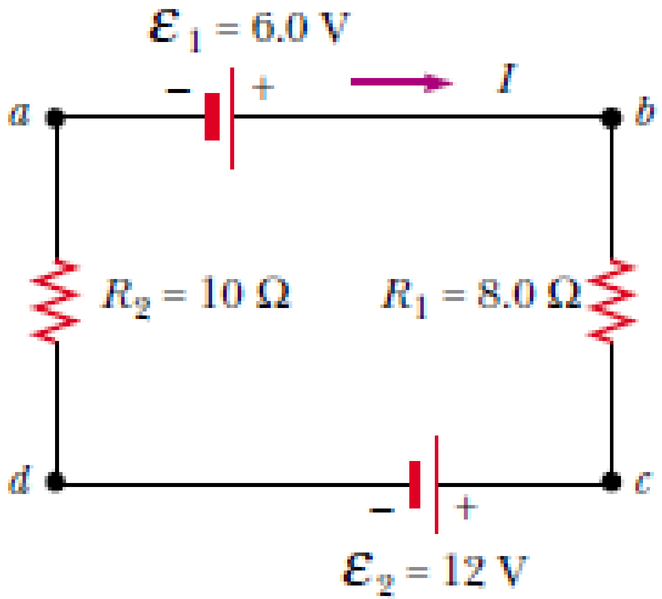
Problemas

- Un circuito de un solo bucle o una sola malla contiene dos resistores y dos baterías, tal y como se muestra en la siguiente figura.

(A) Calcule la corriente en el circuito.

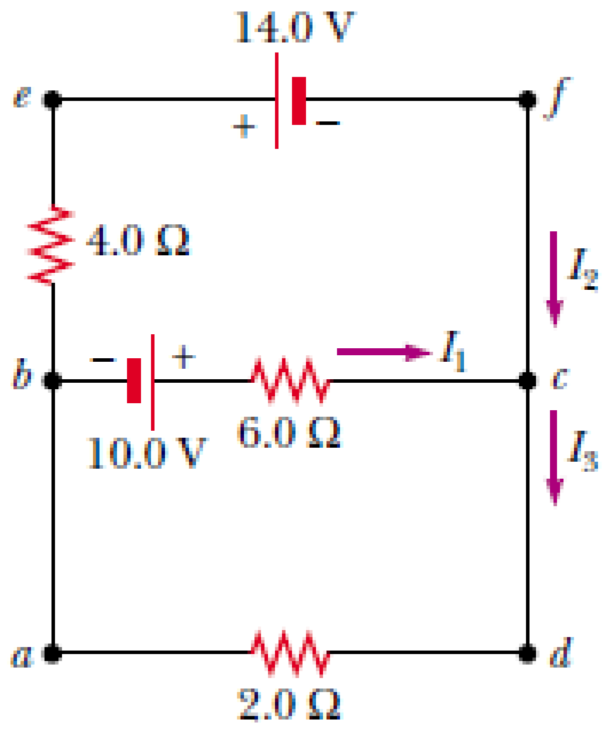
(B) ¿Qué potencia eléctrica es proporcionada a cada resistor? ¿Qué potencia eléctrica es suministrada en total por la batería de 12 V?

(C) ¿Qué pasaría si la polaridad de la batería de 12 V se invirtiera? ¿Cómo afectaría esto al circuito eléctrico?



Problemas

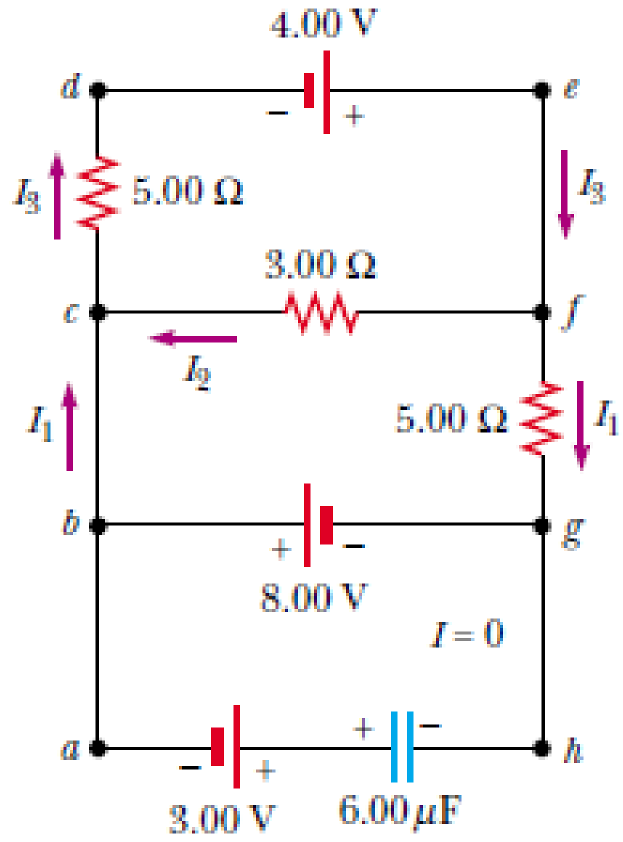
- Calcule las corrientes eléctricas I_1, I_2 e I_3 en el circuito que se muestra a continuación.



Problemas

- Un circuito de múltiples bucles o mallas.

(A) Bajo condiciones de estado estacionario, calcule las corrientes desconocidas I_1, I_2 e I_3 en el circuito de múltiples bucles o mallas que se muestra a continuación.



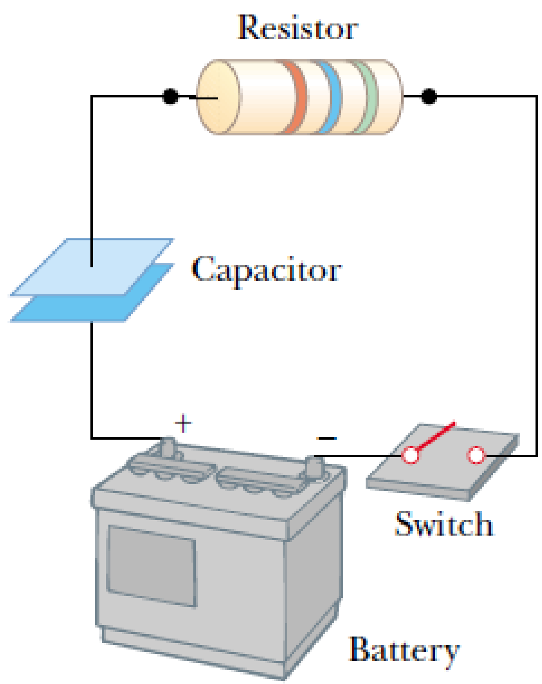
(B) ¿Cuál es la carga en el capacitor?

Circuitos RC

- Hasta ahora se han analizado circuitos de corriente directa (DC) en los cuales la corriente es constante.
- En circuitos que contienen capacitores, la corriente siempre tiene la misma dirección pero puede variar con el tiempo, es decir, la corriente eléctrica I no es estacionaria
- Un circuito que contiene una combinación de un resistor y un capacitor en serie se conoce como un **circuito RC**.
- Ejemplos de circuitos RC son los dispositivos de flash en una cámara fotográfica. Antes de tomar la foto, la batería del flash carga el capacitor a través de una resistencia. Al tomar la foto, el capacitor se descarga a través de la lámpara del flash, y se repite el proceso de carga.

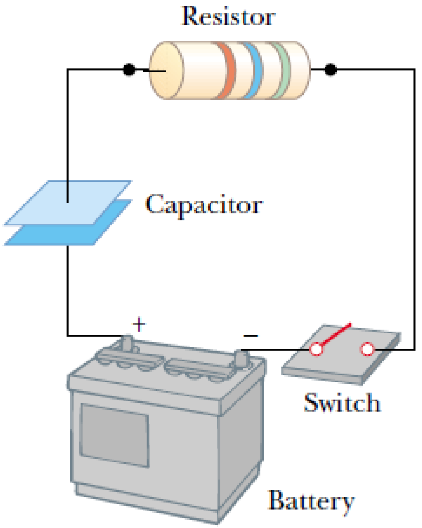
Circuitos RC

- Mediante las reglas de Kirchhoff, se pueden establecer ecuaciones que relacionan la carga Q y la intensidad de la corriente eléctrica I en función del tiempo, tanto en el proceso de carga como en el proceso de descarga de un condensador a través de una resistencia.

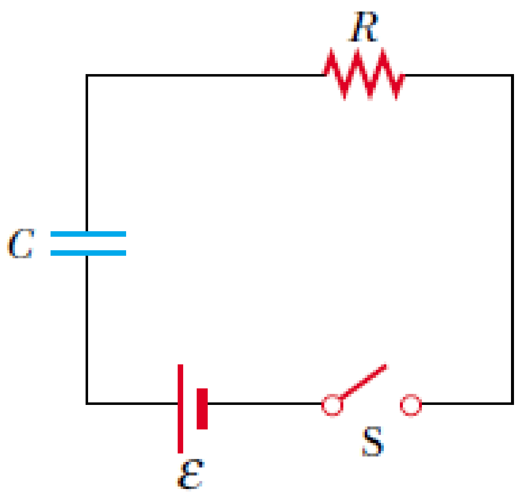


Circuitos RC: carga de un capacitor

- La siguiente figura muestra un circuito simple con un capacitor en serie con un resistor, un interruptor (*switch*) y una batería.



- Considere que, inicialmente, el capacitor en este circuito está descargado

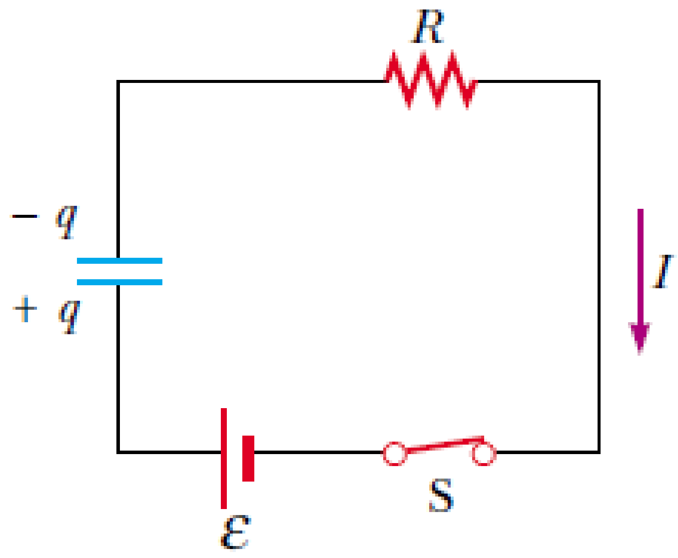


(b) $t < 0$

- No hay corriente eléctrica I mientras el interruptor está abierto.

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Sin embargo, si el interruptor se cierra al tiempo $t = 0$, la carga eléctrica empieza a fluir, estableciendo una corriente eléctrica en el circuito, y, por lo tanto, el capacitor empieza a cargarse.



(c) $t > 0$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Es importante recordar que en el estudio anterior de los capacitores, se asumía una situación de estado estacionario, en la cual no hay una corriente eléctrica presente en ninguna de las ramificaciones del circuito que contiene un capacitor.

- Ahora se está considerando el caso *antes* de que se establezca la condición de estado estacionario; en esta situación, las cargas eléctricas se mueven y una corriente eléctrica existe en los alambres conectados al capacitor.

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Por otro lado, es importante señalar que durante el proceso de carga, las cargas eléctricas no “brincan” de una placa del capacitor a otra, debido a que el espacio entre las placas representa un circuito abierto.

- En realidad, la carga eléctrica se transfiere entre cada placa y los alambres o cables que las conectan debido al campo eléctrico que establece la batería en dichos alambres.

- Este proceso se mantiene hasta que el capacitor está totalmente cargado.

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Conforme la placas experimentan el proceso de carga, la diferencia de potencial a través del capacitor, ΔV_C, aumenta.

- El valor de la carga máxima sobre las placas depende del voltaje terminal de la batería, $\Delta V_{terminal}$.

- Una vez se ha alcanzado la carga máxima sobre las placas, la corriente eléctrica I en el circuito es cero debido a que la diferencia de potencial a través del capacitor ΔV_C iguala la diferencia de potencial suministrado por la batería, $\Delta V_{terminal}$.

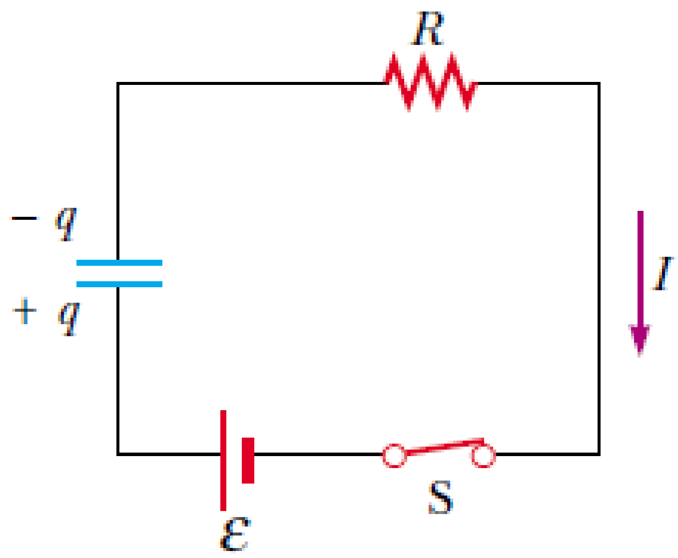
Circuitos RC: carga de un capacitor

- Para analizar cuantitativamente el circuito de ejemplo, se debe aplicar la *regla de las mallas* (o *de los bucles*) de Kirchhoff sobre el circuito después de que el interruptor se ha cerrado.

$$\sum_{\text{bucle}} \Delta V = 0$$

- Recorriendo el circuito en sentido de las agujas del reloj, se obtiene que:

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$



(c) $t > 0$

Circuitos RC: carga de un capacitor

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

donde q/C es ΔV_C, la diferencia de potencial a través del capacitor, e IR es ΔV_R, la diferencia de potencial a través de la resistencia.

- Es importante señalar que se ha utilizado las convenciones de signo para los signos de $\mathcal{E}$ e IR.
- Para el capacitor, se debe notar que éste se recorre de la dirección de la placa positiva a la placa negativa; esto implica una disminución en el potencial eléctrico y, por lo tanto, un signo –.

Circuitos RC: carga de un capacitor

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

- Además, se debe notar que q e I son valores *instantáneos* que dependen del tiempo transcurrido (en contraposición de los valores en estado estacionario) conforme el capacitor experimenta el proceso de carga.

- Se puede utilizar esta ecuación para encontrar la corriente inicial en el circuito y la carga máxima en el capacitor.

Circuitos RC: carga de un capacitor

- En el instante en el cual se cierra el interruptor (t = 0), la carga sobre el capacitor es cero (q = 0), y de la ecuación anterior se puede establecer que la corriente eléctrica inicial I_0 en el circuito es un máximo y es igual a:

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

con $q = 0$ a $t = 0$ $\quad \mathcal{E} - IR = 0$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} \qquad \text{(corriente eléctrica al } t = 0\text{)}$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} \qquad \text{(corriente eléctrica al } t = 0)$$

- Es decir, al $t = 0$, la diferencia de potencial proveniente de las terminales de la batería, $\Delta V_{\text{terminal}}$, se presenta completamente a través del resistor.
- Después, cuando el capacitor se carga a su máximo valor Q, las cargas dejan de fluir ($\Delta Q = 0$), la corriente eléctrica I ($\Delta Q/\Delta t$) es cero, y la diferencia de potencial proveniente de las terminales de la batería, $\Delta V_{\text{terminal}}$, se presenta completamente a través del capacitor.

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Si $I = 0$, entonces la carga en el capacitor a dicho tiempo es:

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

con $q = Q$ e $I = 0$ a $t \gg 0$

$$\mathcal{E} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$Q = C\mathcal{E}$$ (carga máxima)

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Por otro lado, para establecer expresiones analíticas de la dependencia, respecto al tiempo, de la carga q y la corriente eléctrica I, se debe resolver la ecuación que se obtuvo a partir de la segunda ley de Kirchhoff

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

<u>una sola ecuación que contiene dos variables</u>

- La corriente eléctrica I debe ser la misma en cualquier punto del circuito.

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Entonces, la corriente eléctrica I en la resistencia R debe ser la misma que la corriente entre las placas del capacitor y los alambres.

- Además, la corriente eléctrica I es igual a la velocidad de cambio de la carga sobre las placas del capacitor

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Sustituyendo *I* en la ecuación obtenida a partir de la *regla de las mallas*, y despejando *dq/dt*:

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - \frac{dq}{dt}R = 0$$

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} = \frac{dq}{dt}R$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{R}\left(\mathcal{E} - \frac{q}{C}\right) = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Para resolver esta ecuación diferencial

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

se utiliza el método de separación de variables

1. Primero se combinan los términos en el lado derecho de la ecuación:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC} = \frac{C\mathcal{E} - q}{RC} = -\frac{q - C\mathcal{E}}{RC}$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

2. Multiplicando por *dt* y dividiendo por $dq - C\mathcal{E}$, se obtiene:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q - C\mathcal{E}}{RC}$$

$$dq = -\frac{dt(q - C\mathcal{E})}{RC}$$

$$\frac{dq}{(q - C\mathcal{E})} = -\frac{1}{RC}dt$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

3. Integrando esta expresión, y aplicando el hecho de que $q = 0$ cuando $t = 0$:

$$\int_0^q \frac{dq}{(q - C\mathcal{E})} = \ln(q - C\mathcal{E})\Big|_0^q$$

$$\ln(q - C\mathcal{E})\Big|_0^q = \ln(q - C\mathcal{E}) - \ln(-C\mathcal{E})$$

$$\ln(q - C\mathcal{E})\Big|_0^q = \ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right)$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

y

$$-\frac{1}{RC}\int_0^t dt = -\frac{1}{RC}\left(t|_0^t\right) = -\frac{t}{RC}$$

Entonces:

$$\ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

4. Considerando que, por definición, *e* es la base del logaritmo natural:

$$e^{\left(\ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}\right)}$$

$$\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}} = e^{-t/RC} \; ; \quad -\frac{q}{C\mathcal{E}} + 1 = e^{-t/RC}$$

$$-\frac{q}{C\mathcal{E}} = e^{-t/RC} - 1 \; ; \quad \frac{q}{C\mathcal{E}} = 1 - e^{-t/RC}$$

$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

y aplicando el hecho de que cuando el capacitor se carga a su máximo valor Q (las cargas dejan de fluir y la corriente eléctrica es cero):

$$Q = C\mathcal{E} \qquad \text{(carga máxima)}$$

Entonces:

$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Ahora, también se puede determinar una expresión para la corriente eléctrica durante el proceso de carga, sólo es necesario derivar la ecuación anterior respecto al tiempo, pues se sabe que:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

además, se había determinado anteriormente que:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Sustituyendo en dicha ecuación la expresión obtenida para $q(t)$:

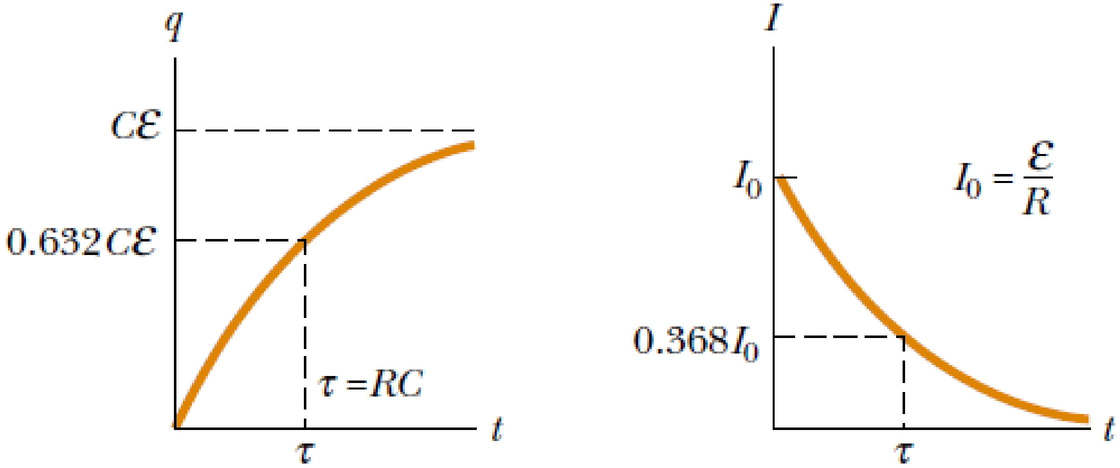
$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q(t)}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)}{RC}$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{C\mathcal{E} - C\mathcal{E}e^{-t/RC}}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{\mathcal{E}}{R} + \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- En la siguiente figura se muestran las gráficas de la carga q de un capacitor y la corriente eléctrica I en el circuito respecto del tiempo.
- Se debe notar que la carga $q = 0$ a $t = 0$, y que se acerca a su valor máximo $C\mathcal{E}$ conforme $t \to \infty$.



- La corriente eléctrica tiene su máximo valor $I_0 = \mathcal{E}/R$ cuando $t = 0$, y decae exponencialmente hacia cero conforme $t \to \infty$.

Circuitos RC: carga de un capacitor

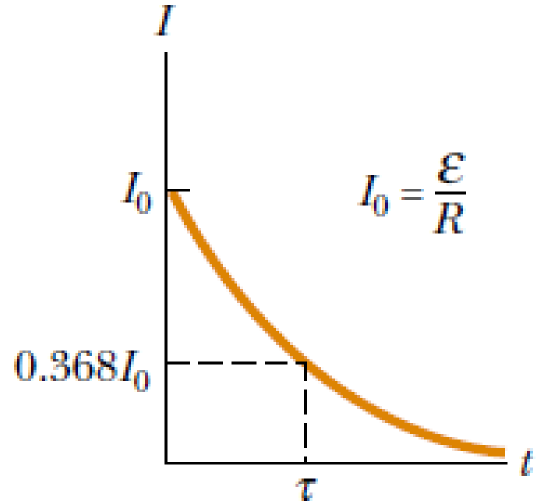
- La cantidad RC, que aparece como denominador en el término exponencial de las ecuaciones para $q(t)$ e $I(t)$, se conoce como **constante de tiempo** τ del circuito.

- τ representa el intervalo de tiempo durante el cual la corriente disminuye a un múltiplo 1/e (0.368) de su valor inicial;

es decir, en un intervalo
de tiempo τ

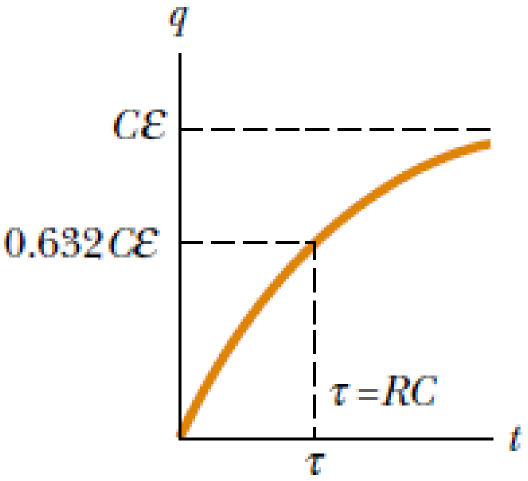
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-1} = I_0 e^{-1}$$

$$I = 0.368 I_0$$



Circuitos RC: carga de un capacitor

- Además, en un intervalo de tiempo τ, la carga aumenta desde cero hasta $C\mathcal{E}[1 - e^{-1}] = 0.632\, C\mathcal{E}$



- El siguiente análisis dimensional demuestra que τ tiene unidades de tiempo:

$$[\tau] = [RC] = \left[\frac{\Delta V}{I} \cdot \frac{Q}{\Delta V}\right] = \left[\frac{Q}{\dfrac{Q}{\Delta t}}\right] = [\Delta t]$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- Debido a que $\tau = RC$ tiene unidades de tiempo, la relación τ/RC no tiene unidades, y entonces pude ser un exponente de *e* en las siguientes ecuaciones:

$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right) = Q\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- El rendimiento de energía de una batería conforme el capacitor se carga completamente es:

$$Q\mathcal{E} = (C\mathcal{E})\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$$

- Después de que el capacitor se carga completamente, la energía almacenada en el capacitor es:

$$U = \frac{1}{2}Q\mathcal{E} = \frac{1}{2}(C\mathcal{E})\mathcal{E} = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$$

recordar que:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

Circuitos RC: carga de un capacitor

- El rendimiento de energía de una batería conforme el capacitor se carga completamente es:

$$Q\mathcal{E} = (C\mathcal{E})\mathcal{E} = C\mathcal{E}^2$$

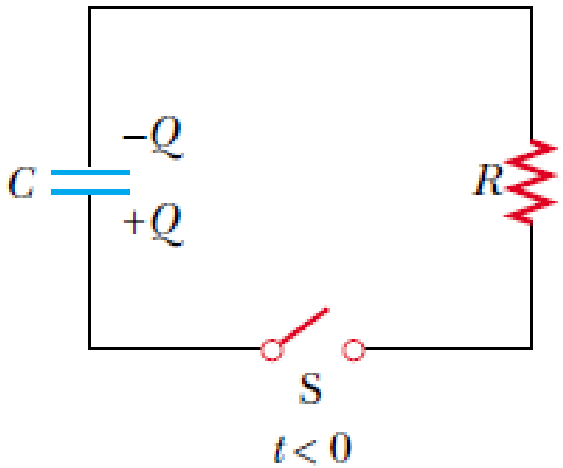
- Después de que el capacitor se carga completamente, la energía almacenada en el capacitor es:

$$U = \frac{1}{2}Q\mathcal{E} = \frac{1}{2}(C\mathcal{E})\mathcal{E} = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$$

- lo cual corresponde a la mitad del rendimiento de energía de la batería (la mitad de la energía restante suministrada por la batería se manifiesta como energía interna en el resistor)

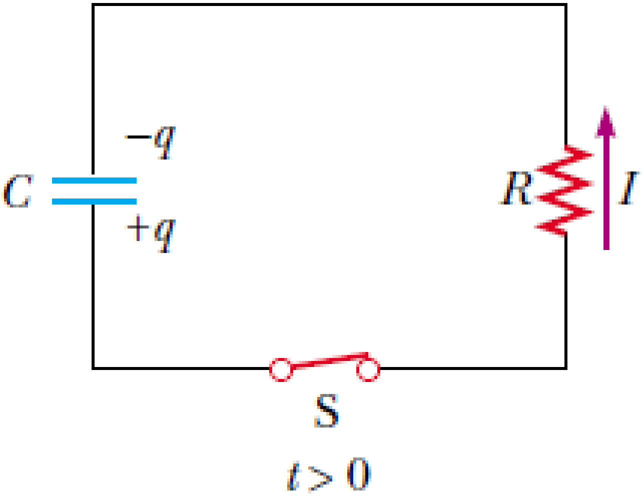
Circuitos RC: descarga de un capacitor

- Ahora se debe considerar un circuito formado por un capacitor que tiene una carga inicial Q, un resistor, y un interruptor (ver figura).
- Cuando el interruptor está abierto, una diferencia de potencial Q/C ($\Delta V = Q/C$) se establece a través del capacitor y la diferencia de potencial a través del resistor es cero debido a que $I = 0$ ($\Delta V = RI$).
- Si el interruptor se cierra al tiempo $t = 0$, el capacitor empieza a descargarse a través del resistor.



Circuitos RC: descarga de un capacitor

- Después, en algún tiempo t durante el proceso de descarga, la corriente eléctrica en el circuito es I y la carga sobre el capacitor es q (ver figura).



- Este circuito es igual al circuito que se presentó para explicar el proceso de carga de una batería, sólo que ahora no hay una batería.

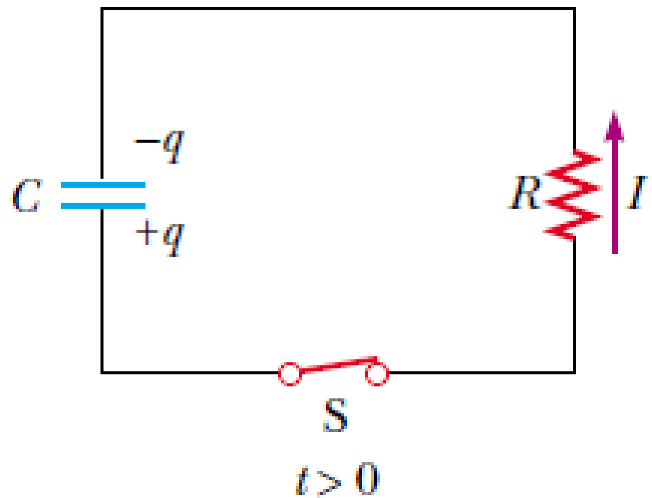
- Si se aplica la *regla de la mallas* en sentido de las manecillas del reloj y empezando en el interruptor…

Circuitos RC: descarga de un capacitor

se obtiene:

$$\sum_{\text{loop}} \Delta V = -\frac{q}{C} - IR = 0$$

Ecuación *de malla* apropiada para este circuito (ver figura).



Circuitos RC: descarga de un capacitor

$$-\frac{q}{C} - IR = 0$$

- Sustituyendo $I = dq/dt$, se obtiene

$$-\frac{q}{C} - \frac{dq}{dt}R = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{dq}{dt}R = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

- E integrando ($q = Q$ cuando $t = 0$)…

Circuitos RC: descarga de un capacitor

$$\int_{Q}^{q} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_{0}^{t} dt$$

$$\ln q\,\Big]_{Q}^{q} = \ln q - \ln Q = \ln\left(\frac{q}{Q}\right)$$

$$-\frac{1}{RC}\,t\,\Big]_{0}^{t} = -\frac{1}{RC}(t-0) = -\frac{t}{RC}$$

Circuitos RC: descarga de un capacitor

- Entonces:

$$\ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

- y, por lo tanto:

$$q(t) = Qe^{-t/RC}$$

- Derivando esta expresión con respecto del tiempo se obtiene la corriente eléctrica instantánea *I* en función del tiempo:

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(Qe^{-t/RC}\right) = -\frac{Q}{RC}e^{-t/RC}$$

Circuitos RC: descarga de un capacitor

$$I(t) = -\frac{Q}{RC}e^{-t/RC}$$

- De esta manera, la corriente eléctrica inicial (cuando $t = 0$) I_0 es:

$$I_0 = \frac{Q}{RC}$$

- El signo negativo en la ecuación indica que conforme se descarga el capacitor, la dirección de la corriente eléctrica I es opuesta a su dirección cuando el capacitor era cargado.

Circuitos RC: descarga de un capacitor

$$q(t) = Qe^{-t/RC} \qquad I(t) = -\frac{Q}{RC}e^{-t/RC}$$

- En este caso (*i.e.* proceso de descarga de una capacitor), también se observa que tanto la carga en el capacitor como la corriente eléctrica decaen exponencialmente a una velocidad caracterizada por la constante de tiempo $\tau = RC$.

Preguntas

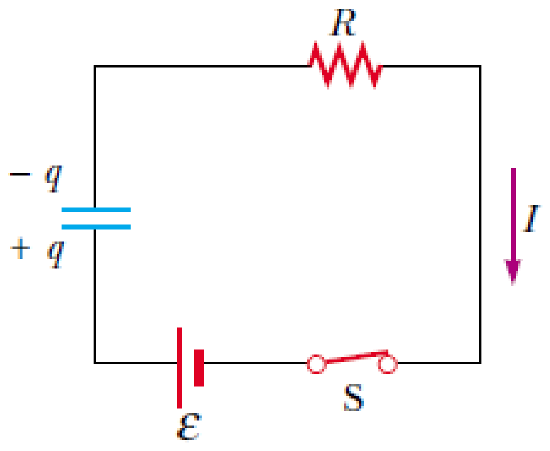
- Considere el circuito en la siguiente figura y asuma que la batería no tiene resistencia interna. Justo después de que se cierre el *switch*, ¿a través de cual elemento del circuito la diferencia de potencial es igual a la *fem* de la batería?

  (a) *C*apacitor, (b) *R*esistor, (c) Ni *C*apacitor ni *R*esistor

  Después de mucho tiempo, ¿a través de cual elemento del circuito la diferencia de potencial es igual a la *fem* de la batería?

  (a) *C*apacitor, (b) *R*esistor,

  (c) Ni *C*apacitor ni *R*esistor



(c) $t > 0$

Preguntas

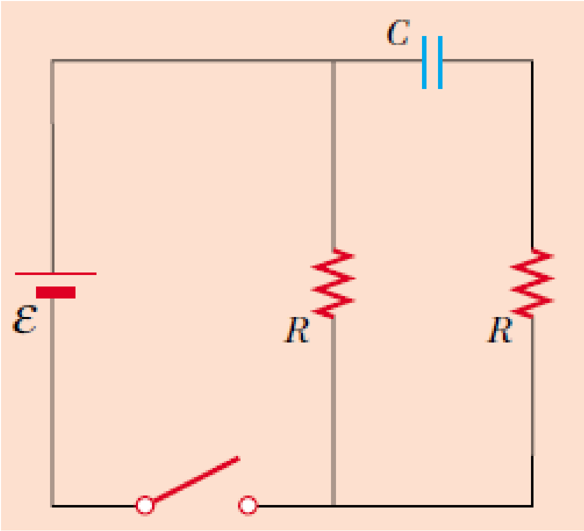
- Considere el circuito en la siguiente figura y asuma que la batería no tiene resistencia interna. Justo después de cerrar el interruptor, la corriente en la batería es

  (a) cero (b) $\mathcal{E}/2R$ (c) $2\mathcal{E}/R$ (d) $\mathcal{E}/R$ (e) no se puede determinar

  Después de mucho tiempo, la corriente eléctrica en la batería es

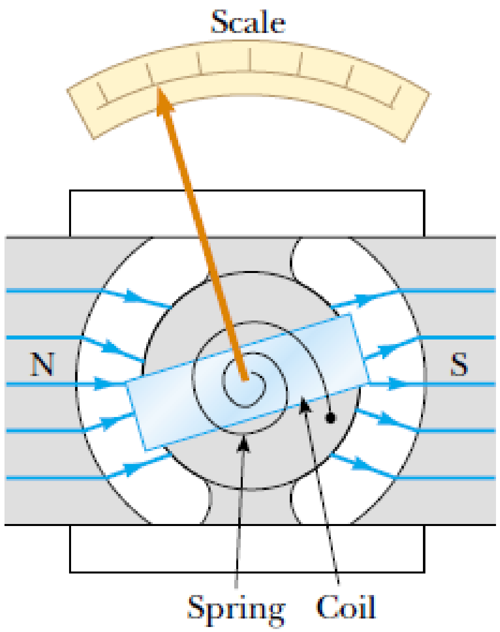
  (f) cero (g) $\mathcal{E}/2R$ (h) $2\mathcal{E}/R$ (i) $\mathcal{E}/R$

  (j) no se puede determinar



Mediciones eléctricas: Galvanómetro

- El **galvanómetro** es el principal componente de los medidores análogos de corriente eléctrica y voltaje.
- Muchos dispositivos análogos se usan todavía aunque los dispositivos digitales dominan el mercado.
- La siguiente figura ilustra las características esenciales de un galvanómetro común conocido como el *galvanómetro de D'Arsonval*.

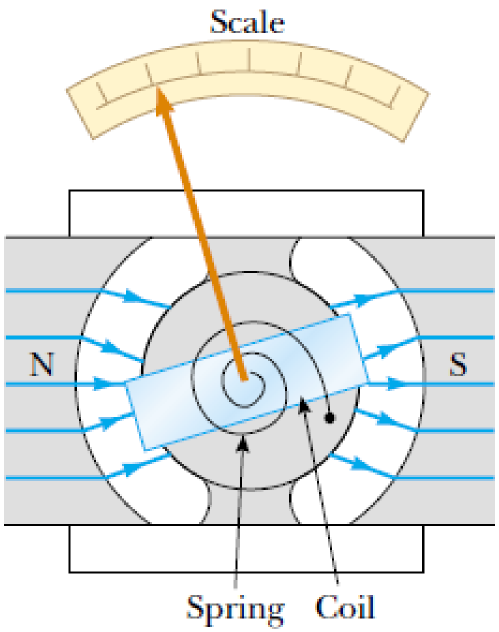


Mediciones eléctricas: Galvanómetro

- Consiste de una bobina de alambre montada de tal manera que pueda rotar libremente sobre un pivote dentro de un campo magnético establecido por un imán permanente.

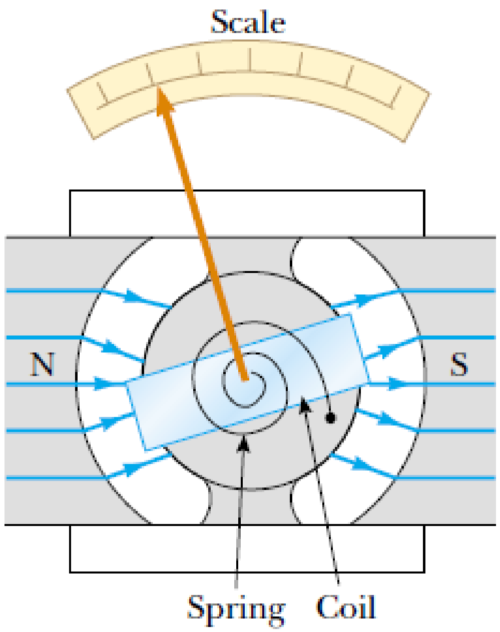
- La operación básica del galvanómetro utiliza el hecho de que, en presencia de un campo magnético, una torca actúa sobre una corriente en un bucle o bovina.

- La torca que experimenta la bobina es proporcional a la corriente eléctrica en ella.



Mediciones eléctricas: Galvanómetro

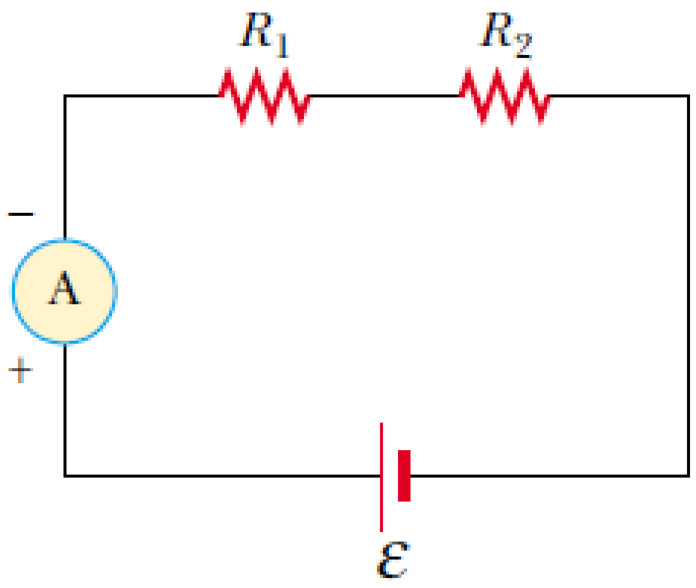
- Cuanto mayor sea la corriente eléctrica I, mayor será la torca y mayor será el grado de rotación de la bobina antes de que un resorte se tense lo suficiente para impedir la rotación.
- Por lo tanto, la desviación de una aguja unida a la bobina es proporcional a la corriente eléctrica.
- Es decir, una vez se ha calibrado el instrumento apropiadamente, se puede utilizar, junto con otros elementos de un circuito, para medir ya sea corrientes eléctricas o diferencias de potencial.



Mediciones eléctricas: Amperímetro

- Un instrumento que mide corriente eléctrica se conoce como un **amperímetro**.

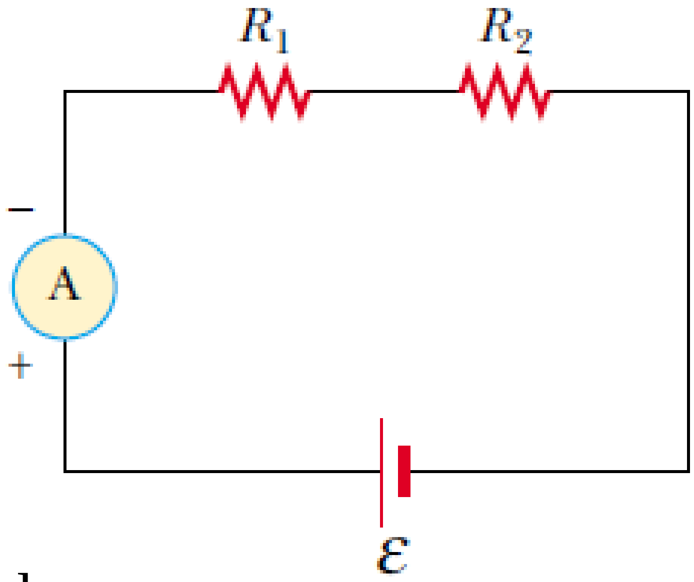
- Las cargas que constituyen la corriente eléctrica que se desea medir deben pasar directamente a través del amperímetro, de tal manera que el instrumento se debe conectar en serie con los otros elementos presentes en el circuito (ver figura).



Mediciones eléctricas: Amperímetro

- Cuando se utiliza un amperímetro para medir corrientes directas, se debe conectar de tal manera que las cargas entren en el instrumento por la terminal positiva y salgan por la terminal negativa.

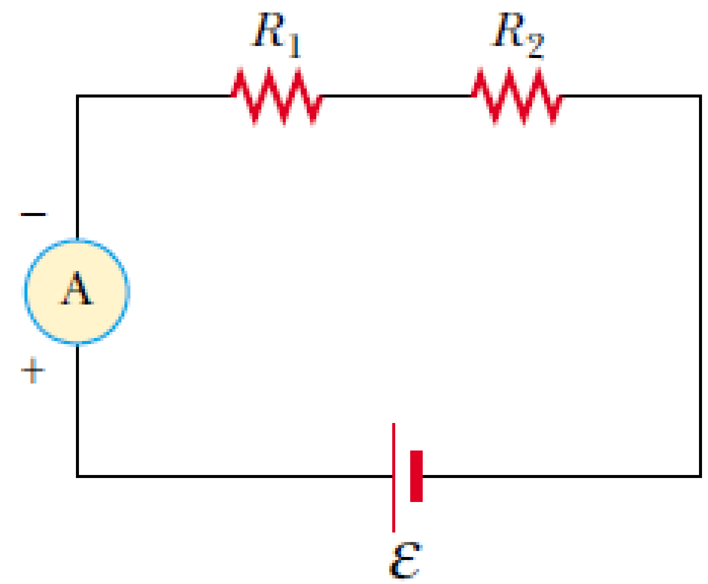
- **Idealmente, un amperímetro no debe tener una resistencia *R* interna de manera que la corriente eléctrica *I* a medir no sea alterada.**



- En esta figura, la condición requiere que la resistencia del amperímetro sea mucho menor que $R_1 + R_2$.

Mediciones eléctricas: Amperímetro

- Debido a que todo amperímetro tiene siempre alguna resistencia interna, la presencia del amperímetro en el circuito reduce ligeramente el valor de la corriente eléctrica respecto del valor que tendría en ausencia del amperímetro.



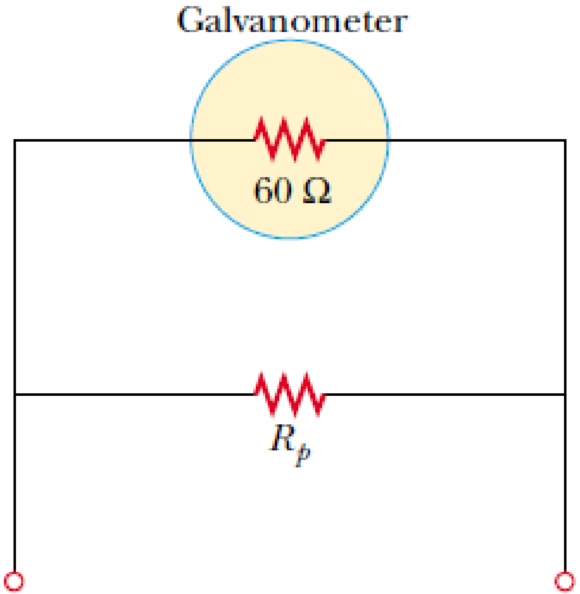
- Un galvanómetro típico generalmente no es adecuado para utilizarse como amperímetro debido principalmente a que presentan resistencias internas de aproximadamente 60 Ω (lo cual modifica o altera considerablemente la corriente eléctrica en un circuito)

Mediciones eléctricas: Amperímetro

- Un segundo factor que limita el uso de un galvanómetro como un amperímetro es el hecho de que a galvanómetro típico da un escala total para corrientes eléctrica del orden de 1 mA o menor.

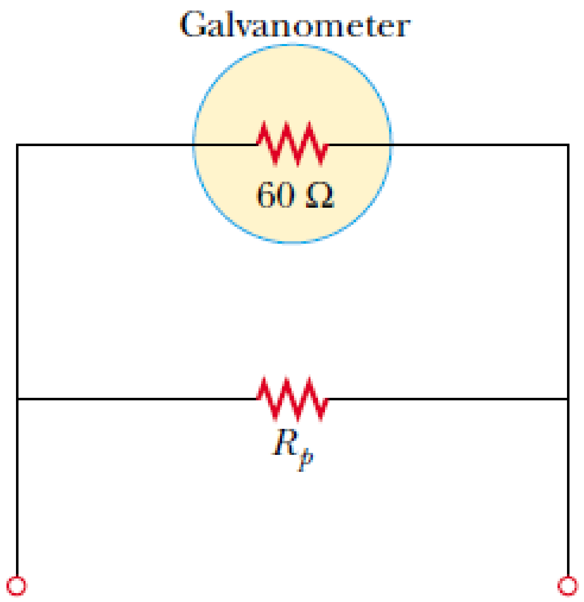
- Consecuentemente, estos dispositivos no se pueden usar para corrientes eléctricas mayores.

- Si embargo, un galvanómetro se puede convertir en un útil amperímetro colocándole una resistencia en paralelo R_p (ver figura)



Mediciones eléctricas: Amperímetro

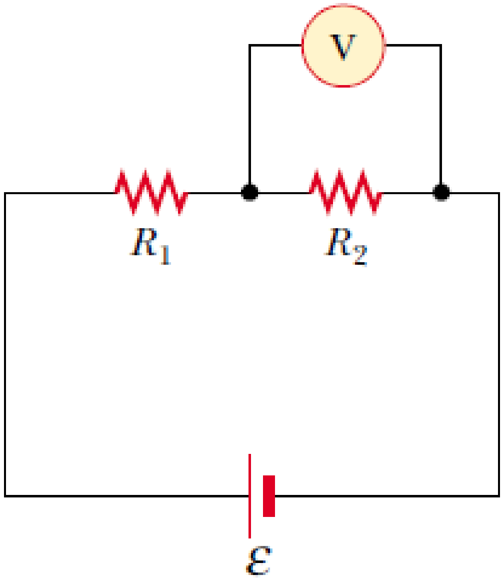
- El valor de R_p debe ser mucho menor que la resistencia del galvanómetro de tal manera que la mayor parte de la corriente eléctrica que se pretende medir esté dirigida hacia R_p.



Mediciones eléctricas: Voltímetro

- Un instrumento o dispositivo que mide diferencias de potencial se conoce como **voltímetro**.

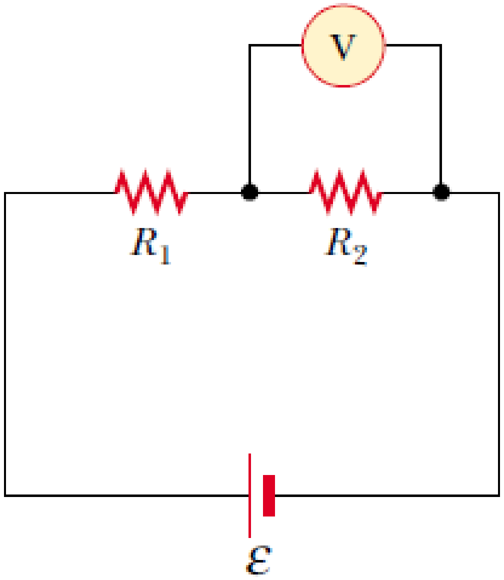
- La diferencia de potencial entre cualesquiera dos puntos en un circuito se puede medir uniendo las terminales del voltímetro entre dichos puntos sin romper el circuito (ver figura)



- La diferencia de potencial a través del resistor R_2 se mide conectando el voltímetro en paralelo con R_2.

Mediciones eléctricas: Voltímetro

- Una vez más, es necesario señalar que la polaridad del instrumento: el terminal positivo del voltímetro debe estar conectado al extremo del resistor que está al mayor potencial eléctrico, y el terminal negativo al extremo del resistor al menor potencial eléctrico.

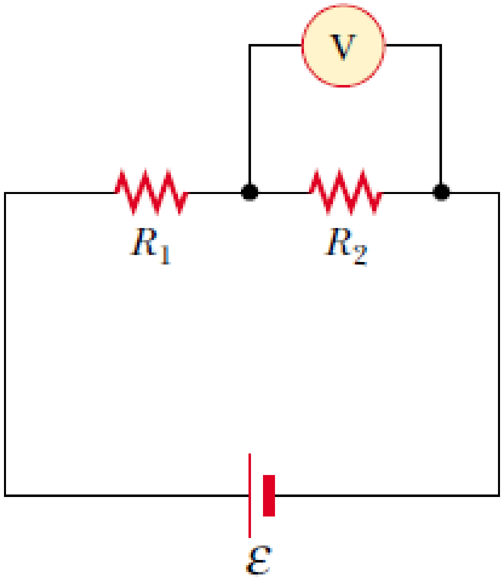


- **Un voltímetro ideal tiene un resistencia infinita, de tal manera que no existe ninguna corriente eléctrica en el voltímetro.**

Mediciones eléctricas: Voltímetro

- En la figura, esta condición supone que el voltímetro debe de tener una resistencia interna mucho mayor que R_2.

- En la práctica, si esta condición no se cumple, se deben hacer correcciones de acuerdo con la resistencia conocida del voltímetro.



Mediciones eléctricas: Voltímetro

- Un galvanómetro también se puede utilizar como un voltímetro añadiéndole un resistor externo *Rs* en serie (ver figura)

- En este caso, la resistencia del resistor externo debe ser mucho mayor que la resistencia interna del galvanómetro, para asegurar que el galvanómetro no altera significativamente el voltaje que se pretende medir.